

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea

INGEGNERIA EDILE / ARCHITETTURA

Insegnamento

LABORATORIO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Docente

ING. GIUSEPPE STAGNITTO

DALL'OSSERVAZIONE ALL'EVIDENZA

UNA CONQUISTA RAZIONALE

DISPENZA A CURA DEGLI STUDENTI FREQUENTANTI IL LABORATORIO

ANNO ACCADEMICO 1999-2000 / GIUGNO 2000

	14MR.00	PROPOSIZIONE	RIFLESSIONE	DEDUZIONE
01:01	Analisi mat.	La teoria delle equazioni differenziali	Dire qualcosa dell'intorno di X	Studio delle derivate in quel punto
01:02	Fisica	La dinamica è la scienza che studia la relazione tra forza e movimento	Gli antichi Greci ritenevano che la forza fosse una causa del movimento	La forza una quantità fisica proporzionale all'accelerazione [$F=ma$]
01:03	Scienza costr.	Gli antichi fondavano il dimensionamento delle travi su rapporti geometrici fra misure	La proporzionalità delle tensioni si discosta dall'evidenza geometrica	E' successivo al 1850 l'approccio alle strutture con l'uso di metodi di calcolo analitici, oltre alla statica grafica usata per calcolare strutture isostatiche e travi reticolari
01:04	F	Per ciò che riguardava la meccanica, gli antichi non avevano fondamenti teorici di spiegazione dei fenomeni	Mentre nella geometria vi era una capacità di confronto accentuata	Intuizioni esplicative della meccanica vennero da Galileo: usò dialoghi platonici come forma di esposizione e argomentazione (si trattava di sintetizzare "idee" cioè immagini mentali)
01:05	A	Il problema più grande degli antichi era descrivere (cioè rendere evidente) la complessità dei fenomeni	Galileo introduce l'importanza di ottenere una gerarchia di "ordine" dei risultati: il suo metodo distingue una prima approssimazione	Una valida schematizzazione consente di studiare i fenomeni con equazioni di ordine gestibile
01:06	S	Una schematizzazione di Galileo mostrava un ramo d'albero gravato da un peso	Col ramo in posizione verticale la resistenza veniva detta assoluta (la massima consentita); in posizione orizzontale la resistenza era ridotta, cioè relativa	L'osservazione fu che tanto più la direzione della forza (vettore) era vicina (braccio) all'albero, tanto più il ramo poteva resistere e viceversa: nasce il concetto di MOMENTUM [$M=fb$]
01:07	S	Esiste un luogo geometrico dove il materiale dell'elemento strutturale passa dalla condizione tesa a quella compressa	Il limite di Galileo fu considerare il ramo come una mensola perfettamente rigida, prescindendo dal comportamento intrinseco del materiale	E' stato Coulomb nel 1753 a determinare l'esistenza dell'asse neutro quale caratteristica della sezione di un elemento strutturale, funzione della geometria e del materiale
01:08	A	Galileo ha scritto equazioni pensando ad un corpo unico perfettamente rigido	In realtà nessun corpo può essere in condizioni di rigidità assoluta	Sono proprio le equazioni del secondo ordine che ci permettono di studiare la deformazione dei corpi (seconda approssimazione)
01:09	A	Per dire qualcosa sulla forma dei corpi assoggettati a deformazione, servono strumenti di calcolo analitico	A ogni punto della funzione è associato un cerchio (raggio di curvatura)	La curvatura aumenta al diminuire del raggio del cerchio associato a ogni punto [$C=1/r$]
01:10	S	Si può quindi descrivere l'andamento della trave che si deforma sotto l'effetto della forza peso: è del 1694 il calcolo dell'abbassamento	Non basta più un'equazione del primo ordine (derivata prima: tangente): serve un secondo ordine (derivata seconda)	L'applicazione dell'analisi permette di capire che la mensola, presso l'incastro, ha inclinazione minima e curvatura massima

01:11	F	In fisica ci sono fenomeni la cui evidenza dipende da una non comune padronanza di concetti (osservazione)	Se lanciamo una palla verso l'alto, quando essa raggiunge la massima altezza la velocità si annulla ma l'accelerazione è massima	E' il passaggio alle derivate seconde che ci consente capire cosa accade all'interno degli elementi strutturali
01:12	S	Non si capiva nell'antichità perché una colonna resistente a sollecitazioni (pesi) date, fatta più grande e caricata in modo proporzionalmente più elevato si rompeva	I pesi, corrispondenti a volumi, crescono alla terza potenza, mentre le resistenze, riguardando le sezioni ossia superfici, crescono alla seconda potenza	Ciò permette di capire perché all'aumento delle forze in gioco debbano essere eseguiti calcoli più complessi della sola proporzionalità geometrica
01:13	S	La proporzionalità tra momento e curvatura è legata a un coefficiente K [$M=K/r$]	L'insieme dei raggi di curvatura può ricostruire in modo univoco la deformata della struttura	La K riassume le caratteristiche della trave come materiale e come geometria [$K=1/EJ$]
01:14	S	La scienza nasce dalla capacità di accettare ciò che appare paradossale (contrario al senso comune) senza produrre risultati antinomici (contraddizione fra leggi)	Può sembrare paradossale che la base di un pilastro sia tesa nonostante sia caricata da tanto peso, oppure che una forza possa situarsi anche all'esterno di una trave (le "azioni interne" a rigore non sono tali...)	Nel 1819 Navier, legando momento e curvatura, intuì che l'unicità della soluzione del problema iperstatico - problema indeterminato in base alle sole considerazioni di equilibrio [$R=0$; $M=0$] - consisteva nell'imporre condizioni di congruenza geometrica, rendendo così disponibili nuove equazioni nel numero occorrente

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea

INGEGNERIA EDILE / ARCHITETTURA

Insegnamento

LABORATORIO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Docente

ING. GIUSEPPE STAGNITTO

Studente

MARIO VITTORIO SERINI (MAT. 273387/79)

DALL'OSSERVAZIONE ALL'EVIDENZA

UNA CONQUISTA RAZIONALE

GENNAIO 2001

100	LE ORIGINI E LA META	
101	I telai reali hanno numerosissime incognite: nella pratica è indispensabile l'uso del calcolatore. Su questa osservazione si fonda l'interesse ad approfondire il legame fra Scienza/tecnica delle costruzioni e matematica	
102	Le equazioni algebriche di 3° grado sono state risolte solo nel Rinascimento (Tartaglia, Cardano). Nel nostro caso trattiamo X e le sue derivate, perciò le equazioni differenziali	
103	Galileo fu il primo a pensare di applicare la meccanica alle costruzioni e fondò così la Scienza delle costruzioni. Ricordiamo che si usa suddividere la Meccanica come segue	
	A) Meccanica Cinematica: studio del movimento	
	B) Meccanica Statica: condizioni per non-movimento	
	C) Meccanica Dinamica: relazione forze/movimento	
104	Infatti è per noi chiaro che la forza dipende dal movimento (accelerazione) e non dalla velocità: questo è il limite, per tanti secoli irrisolto, della statica degli antichi (Archimede; Aristotele)	Nota 1
105	Ecco il motivo della ingenuità della "firmitas" di Vitruvio, presente ancora in Palladio quando vedeva nella proporzionalità geometrica (rapporti armonici) una garanzia di stabilità strutturale: eppure Vitruvio applicava la meccanica, limitandola però solo alle macchine, senza interessare le costruzioni	
106	Il problema strutturale prende a venire affrontato in termini moderni di calcolo a partire dal 1750 circa con l'analisi infinitesimale, a opera soprattutto di Eulero; con l'Ottocento si sviluppano la statica grafica, tuttora adatta per affrontare archi a travi reticolari, e la determinante teoria matematica di Castigliano	Nota 2
107	La meccanica perciò non ha il suo fondamento nella sola geometria!! Galileo: "al filosofo naturale tutto ciò che è accidentale - in prima approssimazione - non interessa". Al metodo qualitativo (Aristotele) si affianca un metodo quantitativo	

108	Già Archimede tuttavia si avvaleva di schemi, infatti nella sua Leva prescindeva dal materiale componente. Da qui anche la "riduzione ad albero" della struttura e più in generale la Scienza della costruzioni come mezzo per far luce sulla Natura e il suo funzionamento: "l'universo è scritto in lingua matematica" (Galileo)	
109	Non possiamo perciò prescindere dal fattore di scala, mentre rimane il bisogno di effettuare esperimenti su campioni di materiale	Nota 3
110	Aristotele contestava l'uso della matematica in Platone e Galileo, per richiamarsi a quest'ultimo, usò la forma espositiva dei Dialoghi. La convinzione di Aristotele era di limitare l'applicazione della matematica alla statica, ritenendo il movimento un passaggio di stato: solo Galileo troverà una "legge" numerica del movimento	Nota 4
111	Saranno Newton e Leibnitz a sviluppare il calcolo infinitesimale e perciò a consentire il calcolo strutturale (area, tangente... integrazione): da ciò dipende il bisogno di essere "iniziati" per comprendere la Scienza delle costruzioni, spesso paradossale e certo non antinomica	
112	Si tratta di accettare le leggi del pensiero pur violando le apparenze, di essere introdotti all'astrazione della matematica per "vedere" ciò che le maestranze sicuramente non crederanno: è la meccanica, quale "paradiso" della matematica, come già Leonardo, prima di averne gli strumenti, intuì	
113	Perché i modelli usati nel Rinascimento come sistema di verifica non erano realistici? Perché la RESISTENZA è legata alla superficie (quadrato), mentre la FORZA (peso) è legata al volume (cubo): perciò un gigante per essere tale diventa tozzo!	
114	Fu l'osservazione "curiosa" di Galileo, spinta dentro alla sezione della struttura, a rendere finalmente evidenza razionale ciò che prima rimaneva oscuro, dimostrando che i rapporti di proporzionalità attesi erano inesatti	
115	Occorreva dunque isolare il problema in termini di calcolo, usare la meccanica per far luce, con la matematica, sul funzionamento della natura, aprendosi alla comprensione della particolarità del problema delle costruzioni, sintesi di due componenti inscindibili: geometria e materia, la cui relazione è, però, matematica	

116	Il primo "calcolo" fu quello del Pantheon di Parigi: fino ad allora non era ancora accaduto di procedere alla sistematica distinzione della "struttura" dal resto della costruzione	
117	Dalla "Teoria dei baricentri" (assimilata da Archimede alla teoria della leva) al "momentum" inteso come propensione al movimento, nell'esperimento ideale di Galileo si apre per le costruzioni una strada che porterà la progettazione a spingersi nella tecnologia per corrispondere - tramite la materia - al calcolo!!	
118	Fu nel Seicento che vennero messi a punto gli strumenti filosofico-matematici per affrontare, con il calcolo, tale sintesi (Leibnitz e i fratelli Bernoulli). Basti pensare alla soluzione (descrizione) della forma secondo la quale si atteggia una fune appesa alle estremità. Tale forma è a noi nota come "catenaria"... altro passo essenziale fu il calcolo dell'abbassamento, dunque l'individuazione dell'espressione della deformata di una mensola elastica (1694)	
119	Questa teoria basterebbe a determinare l'intera deformata, qualora potesse essere applicata punto per punto, come muovendosi passo-passo lungo la struttura... Fu Jacques Bernoulli a risolvere il problema sulla base del legame tra momento e curvatura	
120	Leibnitz introduce nel modello la risposta elastica della sezione. Con l'utilizzo del nuovo strumento dell'analisi infinitesimale può così "integrare" (cioè sommare una totalità infinita di contributi infinitesimi) i momenti elementari offerti da ciascuna fibra della sezione	
121	Soluzione del problema iperstatico: dato che l'estremo appoggiato di una mensola né si alza né si abbassa, c'è un solo valore dell'incognita che annulla lo spostamento! Nota la sua espressione a seguito del passaggio attraverso la deformabilità, non resta che "fornire forza quanto basta affinché il vincolo geometrico sia rispettato" per ottenere il valore dell'incognita iperstatica	

200	MOMENTO, BARICENTRO, ELASTICITA'	
201	Per la Scienza/tecnica delle costruzioni, rientrando nel campo metodologico della filosofia naturale, vale il principio di ricondurre l'ignoto al già noto (nell'ambito della definizione di precise ipotesi): quindi si calcola per rispondere a ciò che sfugge all'evidenza	
202	In questo senso Galileo, diversamente da Bacone, giunge a stabilire che occorre, in prima approssimazione, trascurare gli aspetti accidentali, dando così importanza al MODELLO per potersi aprire all'uso della strumentazione matematica, che risulterà determinante passando all'ordine delle equazioni differenziali	Nota 5
203	Sarà la scuola di Navier a centrarsi sull'importanza della deformata della struttura come "chiave di volta" del problema. La trave di Galileo che pare dirci "mi spezzo ma non mi piego" si riconduce ai solidi ideali di Archimede	
204	E' il caso della trave su tre appoggi: finché la si tratta come un corpo rigido il problema è indeterminato, cioè occorre fissare un valore per ottenere comunque gli altri due. Sapendo invece calcolare le deformazioni, è possibile immaginare di togliere l'appoggio centrale e definire il valore dello spostamento o "freccia" (calcolo eseguibile con i metodi dell'analogia di Mohr o della linea elastica), passando poi a eguagliare tale valore con la condizione di rispetto del vincolo geometrico (spostamento nullo): è l'equazione di CONGRUENZA che, assieme alle già note equazioni di EQUILIBRIO del corpo rigido, rende determinato il problema, dando luogo in effetti a tante equazioni quanti sono i gradi di vincolo iperstatici	
205	La capacità di Archimede fu di procedere con un metodo "meccanico"... ossia fondato sulla formulazione di ipotesi semplici da sottoporre a verifica rigorosa secondo il "metodo di esaurimento" (lettera a Eratostene). E' così che riuscì a "quadrare" la parabola	

206	E' utile soffermarsi sulla "storia" del BARICENTRO di un oggetto (piano), quale unico punto valido di applicazione (concentrazione) della forza peso agli effetti dell'equilibrio globale dell'oggetto alla rotazione, definizione di fatto coincidente con quella di MOMENTO, quale punto di possibile concentrazione della forza per avere lo stesso momento risultante! (operata l'applicazione dell'analisi al baricentro del triangolo...)	
207	Il triangolo può essere risolto pensando il momento complessivo come somma di momenti elementari; la variazione lineare viene discretizzata procedendo alla riduzione del triangolo in una serie di rettangoli, figure elementari di cui ottenere facilmente il rispettivo baricentro. Tuttavia la possibilità di imporre larghezza finita e costante ai triangoli è data appunto dalla linearità della variazione, perciò il passaggio alle curve richiede nuovi strumenti	
208	Il nuovo strumento sarà l'analisi infinitesimale, da cui l'INTEGRALE, il cui segno caratteristico fu concepito da Leibnitz proprio come "simbolo" capace di portare con sé il concetto della padronanza di un intervallo fra due estremi	
209	L'integrale è un numero finito che - per serie convergenti - rappresenta un'infinità di elementini infinitesimi ove, essendo il dX un infinitesimo, la variazione lungo il suo sviluppo è un infinitesimo di ordine superiore, perciò rigorosamente trascurabile	
210	Va osservato che nel nostro caso vengono comunque trattate funzioni polinomiali: non occorre perciò utilizzare uno strumento come lo sviluppo in serie di Taylor, il cui scopo è assimilare una funzione a un polinomio, operando così una semplificazione risultata essenziale in altre applicazioni	
211	Solo a questo punto si dispone delle metodologie (di pensiero) e delle strumentazioni (di calcolo) per far luce sulla soluzione della "linea elastica". Infatti, nella trave su due appoggi, la "freccia" $f=M^*$ corrisponde al "momento del momento" ossia allo spostamento	
212	Ciò rende praticabile quanto già detto: la soluzione del problema iperstatico passa attraverso il calcolo degli spostamenti nella struttura isostatica. E' chiaro che - trattando una struttura iperstatica - occorre procedere subito a ricavarne tante isostatiche quante ne bastano. Un passo di notevole utilità sarà poi compiuto da Clapeyron con al sua "equazione dei tre momenti" nel 1850 circa, quando scelse di isostatizzare la struttura scegliendo come incognita iperstatica le rotazione anziché le forza	

300	RINFORZARE NON E' IRRIGIDIRE!	
301	Galileo inventò gli esperimenti ideali, cioè "depurati" dalle interferenze che in prima approssimazione sono trascurabili: è la matematica - cui basta il controesempio - che ci fa capire la separazione fra quantità e qualità. Per esempio nella struttura isostatica non occorre introdurre il concetto di deformazione, così ci si avvale del modello di asta rigida (già inestensibile) con caratteristiche intrinseche indifferenti: le Azioni interne nella struttura isostatica non dipendono dalle caratteristiche della sezione per la presupposta rigidità e infatti il loro calcolo avviene imponendo soltanto l'equilibrio del corpo, mentre nella iperstatica ogni elemento è vincolato al contorno in modo elastico, perciò va assunto come deformabile	
302	Il comportamento elastico riporta a una definizione di vincolo come "macchina che crea quanta forza occorre per impedire lo spostamento" e quindi invita a immedesimarsi in esso per comprendere il procedimento della soluzione al problema della mensola iperstatica: si calcola l'abbassamento dell'estremo libero in funzione di geometria e materiale caratteristici della sezione (EJ) e parallelamente si calcola la forza che esso deve opporre per impedire lo spostamento. Il principio di sovrapposizione degli effetti applicato ai risultati ottenuti, consente la soluzione generale, che risulta indipendente dalla EJ (che appunto si semplifica!)	
303	Dalla mensola iperstatica - riconducendo l'ignoto al noto e agendo per metafora/analogia - si risale alla soluzione della trave su tre appoggi, imponendo la condizione ormai nota sull'eventuale rotazione al centro: osserviamo come la corrispondenza simmetria cause / simmetria effetti sia sostenuta dal concetto della "ragion sufficiente" (Leibnitz) e risulti non dimostrabile, come accade per il Principio dei lavori virtuali. E' il caso di sottolineare che "...il problema ben posto contiene in sé la soluzione" e questa regola risulta preziosa nel passaggio alla progettazione	
304	Nella progettazione delle strutture / sezioni resistenti, occorre di solito lavorare sulla RIGIDEZZA dato che raramente risulta possibile lavorare sulle forze, infatti l'analisi dei carichi - aspetto molto delicato della materia - conduce comunque a un valore delle forze quale dato del problema (variabile indipendente): come irrigidire? la risposta ha il compito di consentire la soluzione per classi di problemi	

400	LO STRUMENTO DELL'INTEGRAZIONE	
401	Lo schema di trave continua in semplice appoggio non considera la pressoflessione dei pilastri, azione essenziale in caso di carico sismico però trascurabile nei casi di esercizio normale. Tale schema assume l'ipotesi di appoggi infinitamente rigidi (fu il caso di Eulero nella prima soluzione di struttura iperstatica), mentre in casi particolari, dove è importante il cedimento, risulta più plausibile lo schema di appoggi deformabili, rappresentati con molle	
402	L'esempio della trave reticolare appoggiata alle estremità e con un carico concentrato nel mezzo, rimanda alla differenza che corre fra "rinforzare" e "irrigidire" quando s'intende studiare interventi di supporto alla stabilità di una struttura	
403	Senza conoscere il funzionamento delle strutture non sarebbe chiaro che il sistema più efficace è in ogni caso controbilanciare una forza (carico) con altre forze: così infatti non variano le tensioni (σ) e la struttura rimane a rigore la stessa	
404	Si tratta cioè di contrapporre a forze altre forze, note!	
405	Ben diverso è opporre alla forza una rigidità, pure nota, dato che così si chiama in causa la struttura esistente, modificandone il comportamento, inoltre - come accade nel caso del portale con aggetti laterali - intervenire sulla rigidità per opporsi a un carico, ancorando con molle la struttura o le sue parti, non consente comunque di eliminare l'effetto, come una deformazione/spostamento	
406	Un metodo molto pratico per calcolare le deformazioni in strutture isostatiche è l'analogia di Mohr con i relativi corollari. Il procedimento consiste nel ricavare normalmente il diagramma dei momenti (M) sulla trave reale, trasformarlo in diagramma delle curvature ($-M/EJ$) e utilizzarlo come carico in una trave ausiliaria, rappresentata operando sulla reale una sostituzione di vincoli secondo uno schema di corrispondenze prestabilito; a questo punto basterà calcolare le reazioni vincolari che si hanno nella trave ausiliaria per conoscere le deformazioni della struttura reale (R aus. = rotazione reale; M aus. = spostamento reale, cioè abbassamento)	

407	Tale procedimento si basa su due equazioni differenziali: il legame fra il momento e la derivata seconda dello spostamento ($Y'' = -M/EJ$); il carico come derivata seconda del momento ($M'' = -q$). Viene perciò assunto il caso particolare di carico $q^* = -M/EJ$ da cui si ottiene lo spostamento $Y = M^*$ (ricavare il momento infatti equivale a operare una doppia integrazione! il momento è quindi uno strumento per risalire di grado, da applicare due volte)	
408	L'analogia di Mohr risulta quindi essere uno stratagemma per reiterare una doppia integrazione: i primi due passi vengono compiuti con il primo momento, i secondi due con il secondo momento	
409	Ci si avvicina così a comprendere il termine MOMENTO, anzi "MOMENTUM" nell'originaria dicitura introdotta da Galileo, il quale intendeva richiamare il concetto di "propensione"	
410	E' importante ripercorrere passo-passo l'integrazione del carico, che a ogni stadio dà un risultato utile, dotato di significato fisico, sino a risalire al valore dello spostamento	
	A) La derivata quarta dello spostamento è il carico: $EJY'''' = q$	
	B) La derivata terza è il taglio: $EJY''' = -T$ (infatti $T = -qX$)	
	C) La derivata seconda è il "vero" momento: $EJY'' = -M$	
	D) La derivata prima è la curvatura: $EJY' = (tg)\theta$ (angolo rotazione)	
	E) La funzione origine è lo spostamento: $EJY = \eta$ (abbassamento)	
411	Ecco dunque che la disciplina delle costruzioni risulta volta a "lottare contro le rigidità"... e che il metodo per tenere sotto controllo il processo di calcolo presuppone una consapevole scomposizione della struttura in sottosistemi in modo da modellare stadi di progressivo perfezionamento (iterazione)	

500	IL CALCOLO INFORMATIZZATO	
501	Un utile e ormai indispensabile supporto al processo progetto/calcolo (...) progetto/verifica è dato dall'uso di programmi informatici, le cui origini furono negli anni Settanta, limitate a formati numerici, e le cui versioni attuali propongono un'interfaccia grafica molto intuitiva: per la comprensione dell'elaborazione e la corretta impostazione dei problemi è tuttavia importante soffermarsi sulle modalità di preparazione dei dati destinati a tali strumenti di elaborazione	
502	Va anzitutto osservato che occorre prestabilire i punti per i quali ottenere il risultato; ciò avviene creando una maglia di "raccolta dati" (mesh) scelta in funzione di alcuni punti caratteristici. In effetti - dato che nel caso dei telai (aste monodimensionali, struttura piana) la matrice di rigidezza risulta "esatta" - l'informazione segue rigorosamente una legge nota e quindi basta fissare i punti di discontinuità (nodi/vincoli) attesi, mentre trattando una "piastra" va considerato che dal passo della mesh dipende la precisione del risultato: infatti la mesh è il modo per discretizzare (calcolo numerico, elementi finiti) un'informazione continua (va considerato ogni "elementino" in rapporto ai contigui): a mesh più fitta corrisponde informazione più precisa	
503	Questo suggerisce un procedimento per la ricerca del livello accettabile di discretizzazione: si tratta di proseguire nell'infittimento della mesh fino al punto in cui i risultati smettono di presentare variazioni sensibili	
504	Nei programmi della serie SAP, la preparazione dei dati per il calcolo comporta la creazione in forma di testo di "blocchi dati" che il programma leggerà secondo un ordine prestabilito. I blocchi conterranno le seguenti informazioni: informazioni di controllo (system); definizione dei nodi (joints); vincoli esterni (restraints); elementi trave e carichi non nodali, compreso il peso proprio (frame); vincoli elastici, molle (springs); vincoli interni (constraints); carichi nodali (loads); spostamenti impressi, indotti dall'esterno, e dati anelastici (displacement). I blocchi base, essenziali, sono i primi quattro dell'elenco	

505	<p>Il risultato del calcolo sono i valori delle azioni (forze e momenti) forniti rispetto a un sistema locale, orientato per ogni asta: a tali azioni verrà opposta la relativa condizione geometrica, area (per le forze F) o momento d'inerzia, quale area con braccio (per i momenti M). In un contesto 3D le azioni sono fornite nel seguente ordine: F1, azione assiale; F2 e F3, tagli; M1, momento torcente; M2 e M3, momenti flettenti. Naturalmente F1, M2 e M3 generano sforzi "sigma", mentre M1, F2 e F3 generano sforzi "tau". Tale risultato è leggibile in due files di output (uno per reazioni e spostamenti e uno per le azioni interne): l'intero procedimento consente grande rapidità di calcolo e quindi un controllo continuo molto pratico per il predimensionamento della struttura, potendo intervenire a modificare singoli dati di calcolo per ottimizzare le scelte progettuali</p>	
-----	--	--

600	SOLUZIONI AL PROBLEMA IPERSTATICO	
601	Prendiamo in esame il progetto per un ponte sospeso con luce di 160 metri: si tratta di un ponte a tiranti tradizionale (del tutto diverso è il caso dei ponti strallati), in cui però i tiranti non sono verticali bensì obliqui, secondo un modello concepito da Leonhardt. Ciò comporta una complessità dei calcoli molto maggiore, in quanto la procedura va reiterata, dati che si tratta di calcolo non lineare, dove la non linearità è sia geometrica che di materiale	Nota 6
602	Progettare infatti significa stabilire un mutuo rapporto fra le dimensioni dei vari elementi, perciò, dato che per "dimensionare" occorre conoscere le Azioni interne, nelle strutture iperstatiche bisogna operare un predimensionamento per disporre di un valore di partenza delle azioni stesse. Caso del tutto a sé è invece quello delle strutture leggere, in cui la situazione di equilibrio/congruenza viene raggiunta solamente sotto l'effetto del carico	
603	Come riepilogo è utile tenere presente il seguente schema (limitandoci agli effetti flessionali): nelle strutture ISOstatiche le azioni interne non dipendono dalle sezioni; nelle strutture IPERstatiche compare invece il termine "EJ" che però viene semplificato come ininfluenza sul risultato finché si tratta di travi singole, a vincoli fissi; in tutti gli altri casi - cioè dal "portale" in poi - occorre invece il processo iterativo atto a stabilire un "mutuo rapporto" fra le componenti e - quando i vincoli non sono fissi bensì spostabili - servono anche le dimensioni assolute	
604	La complessità del caso citato consiste in particolare nel fatto che, mentre nel ponte sospeso a tiranti verticali tutti i tiranti sono tesi, quando i tiranti sono obliqui, essi in parte risulterebbero compressi, come accade in una trave reticolare: il paradosso viene risolto applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, cioè i tiranti vengono pre-tesi (è il caso dei raggi della ruota di una bicicletta!); tale criterio è affine a quello applicato per la creazione del cemento armato precompresso, la cui scoperta ha consentito la conquista ingegneristica dell'esecuzione di travi di grandi dimensioni e contemporaneamente estremamente snelle!	

605	E' pertinente richiamare l'esempio della trave su due appoggi con aggetti laterali: applicando forze peso concentrate alle due estremità è possibile giungere ad annullare la freccia di abbassamento al centro dovuta al carico concentrato, procedendo ad eguagliare due spostamenti; vincolando invece le medesime estremità con molle a terra ci si limita ad opporre una rigidità... però le molle possono essere impegnate come pretensionatori - è il caso del Centre Pompidou di Parigi - ottenendo così lo stesso risultato	
606	Gli "attori" nel funzionamento delle strutture sono dunque tre: vincoli geometrici, attrazione gravitazionale, fenomeni elastici	
607	In sintesi: il calcolo e le dimensioni sono interdipendenti, da un punto di vista "filosofico" il problema iperstatico è perciò insolubile...	
608	Nella realtà il problema trova una sua soluzione operativa: partendo da dimensionamenti di tentativo si ricavano le conseguenti azioni interne, sulla base delle quali è possibile modificare le dimensioni stesse, ottenendo così l'input per un nuovo calcolo. Il procedimento è convergente, vale a dire che, dopo alcuni passaggi, fornisce valori dimensionali che non è più necessario modificare: questo è il metodo risolutivo di norma impiegato	
609	In ingegneria la questione dell'approssimazione è infatti molto delicata: la sicurezza del calcolo vuole operazioni rigorose e nulla di significativo va trascurato, contemporaneamente bisogna essere soddisfatti di un risultato "prossimo" alla realtà, tralasciando tutto ciò che ai fini pratici non è rilevante, né economico, considerare	
610	Qual è dunque il principio per cui diventa legittimo scomporre una struttura complessa in strutture più semplici? In pratica il problema va studiato procedendo a successivi "salti di scala" corrispondenti a diversi ordini di grandezza dei fenomeni; risposta più rigorosa è "quando il rapporto fra le inerzie è tale che esse non siano confrontabili"... da cui la legittimità di procedere per gradi di "pre-calcolo", criterio indubbiamente utile per tenere sotto controllo la progettazione e verificarne le scelte!	

611	Schematicamente possiamo dire che: in un sistema complesso fatto di elementi complessi, prima si semplificano gli elementi per sottoporre il sistema invariato a una verifica generale, poi vanno estrapolate le parti componenti giungendo così a studiare lo specifico elemento pur immerso nel proprio contesto strutturale. A questo punto all'elemento va assegnato un valore di predimensionamento, per procedere al successivo/i ridimensionamento/i attraverso la riflessione sull'esito del calcolo	
612	Basti pensare alla drastica semplificazione di fondo data dal passaggio dal telaio 3D al telaio piano!	
	Nella riduzione della struttura a modello, l'impiego delle molle è appunto destinato a estrapolare una parte di struttura dal resto; ossia il valore della rigidezza delle molle rappresenta l'effetto dell'interazione fra l'elemento e il resto della struttura. Nei modelli più semplificati le molle assumono valore di rigidezza zero oppure infinito, scomparendo così dal modello stesso	
613	L'errore nel calcolo strutturale è solitamente un errore di modello!!	
614	La scienza, con Leibnitz, consiste nel "percorrere con continuità i casi da un estremo all'altro", rintracciando fra gli estremi i casi intermedi; mentre un principio essenziale del progettista in c.a. è appunto il "far coincidere lo schema di naturale rigidezza con quello ipotizzato come resistente"	
615	L'invito è a soffermarsi su un esempio: una soletta aggettante da una trave, retta da una coppia di pilastri. Intendendo la trave come un supporto rigido continuo, tipo muratura, l'armatura dell'oggetto sarebbe in direzione ortogonale, invece, a un'osservazione più attenta, risulta evidente che vince la deformata della trave su quella della mensola, così l'elemento in pratica diventa tutta trave e le armature saranno dirette in modo fra loro parallelo; l'armatura come mensola salverebbe solo l'equilibrio, non la congruenza	

700	LA FUNE E IL DISEGNO DEGLI ARCHI	
701	Il caso dell'arco è diverso da quello della trave, il cui funzionamento è di volta in volta dato: l'arco è una struttura che ritrova il proprio equilibrio/funzionalità adattando la forma ai carichi: la ricerca della sagoma ottimale di un arco, ai fini della portata, è dunque anch'essa un procedimento iterativo, in cui cioè i tentativi che si susseguono vanno impostati in modo che ogni caso svolto faccia luce sul successivo , guadagnando così informazioni dal succedersi delle esperienze di lavoro	Nota 7
702	La geometria ideale dell'arco si trova perciò in funzione del carico; per esempio, supponendo un buon riempimento soprastante l'arco, tale geometria è prossima a un'ellisse (forma che è stata adottata, per esempio, nelle volte settecentesche del palazzo storico dell'Università di Pavia)	
703	L'arco anzi auto-costruisce la propria geometria, nel senso che si scopre usando la fune come macchina analogica. Si assume un arco di forma data, con una muratura soprastante che sale sino a una quota costante: per ogni intervallo sulla proiezione piana dell'arco, è possibile calcolare il peso di competenza, relativo al tratto di muratura corrispondente (in genere minimo al centro e massimo alle estremità). Distribuendo a questo punto i carichi equivalenti lungo una fune fissata ai due estremi, essa assumerà una posizione/forma naturalmente univoca e ottimale, da intendersi - rovesciata - come soluzione ideale per l'arco. Occorrerà dunque ri-disegnare l'arco e ripetere (re-iterare) la procedura per conseguire una migliore affinità arco/fune, e così via...	
704	In pratica, intendendo disegnare un arco ottimizzandone la geometria rispetto a un carico costante dato (per esempio frutto di un valore di normativa), occorre prestabilire una forma e uno spessore; suddiviso poi l'arco in intervalli regolari, si ricava tramite il calcolo l'andamento del "diagramma delle pressioni" (serie di valori associati ai nodi, rappresentativi del rapporto M/N da ottimizzare). Nella fase seguente va ottenuta la relativa eccentricità e l'arco va ridisegnato spostandone la sagoma del valore corrispondente punto per punto	Nota 8

800	L'ARCO, SINTESI EQUILIBRIO-RESISTENZA	
801	Ancora la fune come macchina analogica: essa realmente adatta la propria forma al carico, mentre l'arco costruisce dentro di sé una struttura in base alle condizioni di carico (e di vincolo)	
802	Nell'arco, in sintesi, la forma della curva e i vincoli ad essa associati sono i responsabili di una creazione di spinta	Nota 9
803	Costante è la condizione che i materiali coinvolti lavorino solo a compressione: è infatti connaturato il montaggio "a secco" (concetto generale molto attuale nel sistema edilizio), mentre le deformazioni si trovano ridotte a una consistenza molto piccola	
804	Occorre sottolineare che la resistenza del materiale è data dall'intero insieme delle sue componenti: principalmente la resistenza intrinseca dei singoli materiali (i mattoni, la malta), nonché la forma e la dimensione dei conci: esiste quindi una struttura "elementare" le cui caratteristiche danno la resistenza globale del materiale, a sua volta impiegato come "materia" relativamente omogenea ai fini della costruzione di una geometria efficace come struttura complessiva	
805	Riepilogo degli "attori" nella Scienza/tecnica delle costruzioni	
	FORZE GRAVITAZIONALI: carichi, oggetto di analisi separata	
	VINCOLI GEOMETRICI: macchine che oppongono forza occorrente	
	FENOMENI ELASTICI: spostamento dalla posizione di equilibrio	
806	Nel caso dell'arco, vincolare le deformazioni orizzontali significa creare una compressione sull'asta curva: tale azione orizzontale dà luogo a un termine in più rispetto - nell'espressione del momento - rispetto al caso della trave in semplice appoggio, perché la forza va moltiplicata per un braccio dato dalla freccia dell'arco, positiva rispetto alla quota degli appoggi. E nell'equilibrio alla rotazione, il momento così ottenuto va sottratto al momento dato dal carico verticale; inoltre ciò che varia è solo il valore della freccia, perciò è da questo punto che si parte per ottimizzare la forma dell'arco	

807	Il procedimento, come già accennato, è il seguente: assunzione di un'ipotesi per luce e freccia; scomposizione dell'arco in piccoli segmenti e ottenimento dei valori di M e N relativi; controllo dell'interazione di M e N volto alla scopo di massimizzare N rispetto a M, purché si tratti di compressione. Ciò è praticabile intendendo N come azione assiale eccentrica e spostandone il punto di applicazione del valore di eccentricità relativo, sagomando l'arco secondo una nuova geometria	
808	Si tratta di salvaguardare il più possibile l'azione di compressione, quale fattore di stabilità, evitando di accettare l'azione di trazione	
809	Problema dell'arco a tre cerniere: essendo isostatico le reazioni, quindi la spinta, sono indipendenti dalla forma; non è così però ai fini delle azioni interne... ossia la forma è comunque responsabile della interazione fra le azioni M (momento flettente) e N (azione assiale)	
810	Eseguendo per un arco il calcolo della distribuzione delle azioni sulla sezione, in vari punti, accade talvolta di ottenere un valore di trazione sull'intradosso: nella zona teoricamente tesa, data la resistenza nulla del materiale, ci si attenderebbe la rottura della struttura	
811	Invece l'arco resiste... Particolarità fondamentale del funzionamento dell'arco è infatti che, in assenza di resistenza a trazione, si riscontra comunque il formarsi di una coppia interna capace di opporsi alla condizione di rottura, in quanto il baricentro delle tensioni di compressione (diagramma triangolare) non coincide con il baricentro geometrico sulle sezioni dell'arco!! (peraltro la deformata di rottura, con abbassamento e crepa che va allargandosi, non è geometricamente realistica)	
812	Va ricordato che analisi non lineare (dovuta alla non linearità del materiale) significa ripetere una successione di analisi lineari nelle quali, a ogni passo, occorre distinguere tra la struttura resistente e la parte portata. La stabilità dell'arco dipende dalla sussistenza - lungo il suo sviluppo - della quota di compressione occorrente, infatti un eventuale scarico del riempimento soprastante ha conseguenze sostanzialmente dannose!	
813	Infine è anche sorprendente - e dovuto alla geometria della linea d'asse - l'andamento dei momenti, di cui si è soliti riscontrare ripetute inversioni lungo lo sviluppo del diagramma	

814	Venendo ai vincoli, ha senso parlare di incastro? Un arco risulta effettivamente incastrato agli estremi non quando penetra nella muratura di sostegno, bensì quando poggia su di essa con tutta l'altezza della sua base d'imposta (come ben chiariva Castigliano)	
815	Cosa distingue la trazione dalla compressione rispetto al comportamento del materiale? Per la trazione occorre una continuità dello stesso, non indispensabile nel caso della compressione (perciò chiaramente è sbagliato ribaltare un elemento già inflesso, per esempio in legno)	
816	Infatti, nell'ambito dei materiali omogenei, solo il diagramma sforzi/deformazioni dell'acciaio è l'esempio tipico di comportamento simmetrico, oltre che caso di chiara individuazione del significato di linearità, nonché della separazione tra fasi elastica e plastica	
817	Ecco perché un arco - già snervato dalla crescita di un carico imposto - riprende la sua elasticità ripetendo da zero la prova con una condizione di carico diversa: finché la quota di compressione basta, l'eventuale discontinuità del materiale non penalizza la funzionalità strutturale. Da cui l'idoneità di tecniche costruttive a secco, come quelle a conci di pietra, usate nell'antichità	
818	Ovvero un arco può essere... smontabile! E poi rimontabile	
819	Il metodo attuale di verifica di un arco richiede due calcoli distinti: la consueta verifica di ammissibilità delle tensioni e anche la verifica del carico di collasso rispetto al momento ultimo della sezione, cui l'individuazione del "moltiplicatore" caratteristico	
820	Considerando il diagramma della distribuzione delle tensioni sigma su una sezione, storicamente sono state individuate nell'ordine le seguenti diverse situazioni (nota: date approssimate)	
	A) Stato con componente di trazione, perciò sezione resistente ridotta (Navier, 1820: diagramma teoricamente a farfalla)	
	B) Stato elastico accettabile, con sezione resistente corrispondente alla sezione reale (Castigliano, 1880: diagramma almeno triangolare)	
	C) Stato elastoplastico, dipendente peraltro dalla "storia di carico" dell'arco (Colonnetti, 1930: diagramma trapezoidale, con basi parallele alla sezione)	

	D) Stato di rottura, cioè di completa plasticizzazione, non dipendente dalla storia di carico (Greemberg/Prager, 1950: diagramma rettangolare, limitato alla zona compressa)	
821	Posto un valore di compressione (σ) ammissibile, la distanza del punto di applicazione dell'azione N eccentrica dall'estradosso dell'arco rappresenta la metà del lato di tale diagramma rettangolare: la stessa distanza perciò non deve scendere oltre un dato limite, perché da essa dipende l'esistenza della quantità di materiale (quota di sezione compressa/resistente) occorrente per opporsi alla N	
822	In funzione del valore di N è così possibile individuare lungo i margini dell'arco una fascia "vietata" per il punto di applicazione della stessa azione di compressione: se ne ricava un'area utile per il passaggio della linea delle pressioni, la quale ha infinite configurazioni equilibrate resistenti. Quando tale linea tocca la fascia vietata si forma immediatamente una cerniera: e al formarsi della quarta cerniera l'arco crolla	
823	Sostanzialmente occorre trovare quella configurazione della linea delle pressioni che presuppone moltiplicatore massimo per giungere alla situazione di rottura; in ogni caso l'arco è sicuro quando la linea delle pressioni (ovvero una di esse) resta interna alla fascia resistente dell'arco stesso. Per Leonardo, quando si riscontra "corda dell'arco di fora che non tocca l'arco di dentro" siamo in presenza di una configurazione equilibrata, che è anche resistente; tale corda corrisponde all'ultima linea utile per la verifica	
824	Il metodo di calcolo verificato tramite la prova di laboratorio effettuata (già citata nella nota n° 7) evidenzia come, all'aumentare del carico, è la "fascia vietata" ad aumentare il suo spessore: il crollo accade quando il margine variabile della fascia tocca in quattro punti la "corda" di Leonardo	

900	CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE	
901	Considerando una trave su unico appoggio (asimmetrico) bilanciata da due forze peso alle estremità (equilibrio), il rapporto fra i pesi è uguale al reciproco delle distanze: esiste quindi un ente "momento" invariante per l'equilibrio	
902	Già Galileo lo sapeva, il suo errore però fu posizionare quello che sarà detto ASSE NEUTRO all'intradosso della mensola incastrata anziché sul baricentro	
903	Per trattare le deformazioni invece, occorrerà attendere un'altra matematica: l'analisi infinitesimale, il cui sviluppo giungerà per stadi diverse (Leibnitz, Newton, Coulomb): Cauchy in particolare definirà il limite forza/area (F/A) come entità finita anche nel caso di F e A infinitesimi, a riprova della "perfezione della fabbrica dell'universo" (Eulero). Anche in altri casi la matematica è stata pronta a raggiungere e risolvere problemi posti e padroneggiati anticipatamente da altre discipline: si pensi per esempio al caso della geometria rispetto ai numeri irrazionali (Cartesio)	
904	Uno spartiacque fu la soluzione della forma della catenaria: quella forma che garantisce il mantenimento del baricentro più basso possibile! È questo un metodo di equilibrio diretto, fondato su una condizione logica, come nel caso dei metodi energetici... Altrimenti la questione viene anche concepita in termini di "cause efficienti" con il calcolo variazionale: il momento è proporzionale al reciproco del raggio di curvatura	
905	Comprendere il comportamento strutturale significa costruire diagrammi ...! Diagrammi capaci di suggerire i limiti di utilità ingegneristica di un calcolo; si tratta insomma di "scomporre e ricomporre sezioni"... per esempio fino a quale "scala" di valutazione di un fenomeno è lecito rappresentare una trave reticolare incastrata ai due estremi come un'unica asta? è semplice il calcolo del momento d'inerzia globale della sezione che accomuna i due correnti principale, tuttavia va considerato come entra in gioco il rapporto di rigidezza fra gli elementi correnti e le saette che li collegano: tale rapporto ha comportamento asintotico	

906	Ecco infine le tappe fondamentali della storia della Scienza/tecnica delle costruzioni attraverso l'esempio della mensola: sono le tappe che scandiscono il percorso dalle origini alle capacità di calcolo "compiute" e oggi affinate	
	ARCHIMEDE, ovvero la trave geometrica (equilibrio)	
	GALILEO, ovvero la trave rigida (resistenza)	
	EULERO, ovvero la trave elastica (deformazione)	
	NAVIER, ovvero la trave iperstatica (congruenza)	
	CASTIGLIANO, ovvero la "trave elemento" fatta a conci	

1000	NOTE SU UN CASO DI STUDIO	
1001	Un caso di studio particolare è la "piattabanda" o arco con freccia molto piccola: esso non è comunque assimilabile a una trave, dato che il materiale è muratura, non resistente a trazione	
1002	E' opportuno osservare che la resistenza caratteristica del materiale "muratura" è un valore specifico, ben distinto da quello del solo mattone o della sola malta, dato il contrasto delle due componenti, che mette in gioco la reciproca deformabilità	
1003	Il comportamento della struttura non è elastico fin da subito: il calcolo elastico perciò è vano (inaffidabile), mentre occorre un calcolo rigido-plastico a rottura, volto a determinare il carico di rottura - nel caso di un solo carico concentrato e centrato - per semplicità effettuando le operazioni senza considerare il peso proprio	
1004	Il problema è simmetrico e - disegnando la linea delle pressioni che si forma lungo la piattabanda - va individuato il valore incognito dato dall'altezza di sezione resistente, sia nel punto centrale che alle estremità (estradosso e intradosso, essendo tali due valori per ipotesi uguali fra loro)	
1005	Risulta molto semplice la costruzione di un poligono delle forze che prende la forma di un triangolo isoscele e fornisce il legame fra il carico in questione e l'azione assiale (compressione)	
1006	Con tali strumenti si esegue la "costruzione di una soluzione equilibrata" cioè si individua - fra le soluzioni equilibrate che realizzano anche la resistenza - quella alla quale corrisponde MOLTIPLICATORE massimo	
1007	Ovvero si può dire che: "il moltiplicatore di collasso è quello massimo corrispondente a una soluzione staticamente ammissibile" essendo tale quando vengono rispettati l'equilibrio (azioni e forze) e la resistenza (tensioni)	
1008	Si richiama il principio di Einman, secondo il quale, riuscendo a trovare una linea delle pressioni tutta interna all'arco, allora questo è sicuro, compatibilmente con la resistenza del materiale	

1009	Siamo di fronte a un tipico "problema di estremo" che richiede di mediare un contrasto: più l'altezza della sezione resistente (che forma una sorta di puntone utile entro lo spessore dell'arco) è piccola, più il funzionamento della struttura ne guadagna (possibilità di monta); tuttavia è indispensabile ricordare che occorre almeno una certa quantità di materiale per rispondere alla forza (azione di compressione, spinta della struttura muraria di contenimento), posto il limite della resistenza (tensione di rottura, dato misurato)	
1010	Il calcolo delineato ha inoltre il vantaggio di approssimarsi comunque per difetto al carico di collasso	
1011	Quanto detto ci avvicina all'essenza di un modo di procedere estremamente attuale quale approccio ai problemi strutturali nelle costruzioni: date le potenzialità a nostra disposizione (calcolatore elettronico), l'attenzione si sposta dalla verifica al progetto	
1012	La progettazione infatti richiede un METODO che non ammette "leggi" univoche bensì mediazione di contrasti e ricerca di sinergie fra soluzioni tecniche, avvalendosi di un continuo ridisegno e ricomposizione di sistemi individuabili con "zoom" a scale diverse: si tratta di un processo di approssimazione (avvicinamento, perfezionamento conseguibile ottimizzando i valori di tolleranza dell'errore) che trova il proprio STRUMENTO ideale nel diagramma quale immagine capace di rappresentare sinteticamente l'andamento del risultato di un problema a partire da una serie di dati numerici: ossia strumento che aiuta a visualizzare	
1013	Aiuta la considerazione che il diagramma è rappresentabile anche quando sarebbe impraticabile una soluzione del problema per via analitica, processo di fatto limitato ai soli casi semplici	
1014	Cioè... dai dati dall'esperienza, all'indagine matematica. E ritorno all'intuito; passando attraverso una corretta formulazione delle ipotesi del problema! Usando la memoria per trarre insegnamento dai "casi di errore" incontrati: quasi a dire che serve progettare l'errore di calcolo per saperlo soppesare (mantenerlo sotto controllo)	
		Nota 10

	NOTE	
1	<i>Uno scritto di P. Portoghesi tratta della "simmetria" a partire dalla definizione di Erone, secondo cui simmetriche sono le quantità misurabili, e osservando che Vitruvio ricercava in essa un collegamento armonico fra le parti di un oggetto, trattandosi di corrispondenza proporzionale, modulare, delle parti rispetto al tutto. Oggi l'armonia matematica dell'Universo (Keplero) viene ricercata più in leggi dinamiche che in forme statiche: si tratta di un'idea matematica, un'idea platonica che, nell'architettura, guida la composizione di parti rese commisurabili. Dunque la "simmetria" come sistema di controllo indiretto, ottenuto con la ricorrenza di una certa misura in parti diverse</i>	
2	<i>La data del 1750 come inizio del calcolo strutturale significa che erano ormai pronti e accettati gli strumenti del pensiero (filosofia) adatti ad affrontare la realtà in questi termini</i>	
3	<i>Il David di Michelangelo << statua colossale - ordinata a Firenze nel 1501 dall'opera del Duomo per utilizzare un blocco di marmo già disponibile e in parte lavorato - terminata nel 1504 e collocata davanti a Palazzo vecchio come simbolo delle virtù civiche: richiama, assieme, possenza e grandiosità classica ed eroismo e moralità biblica, per merito di una esemplare naturalità >>. I manuali di Storia dell'arte parlano di equilibrio statico, plastica fermezza di masse, energia e dinamismo potenziali... a chi osserva in termini di geometria e costruzioni risultano evidenti un disequilibrio nella posizione del David e un'anomalia nelle proporzioni, quasi una scala alterata. Cioè un gigante... snello! ovvero Michelangelo con un unico blocco di marmo fece ciò che nelle costruzioni era impossibile, quasi raffigurasse un'intuizione che solo il calcolo potrà, ben più tardi, rendere patrimonio comune, applicabile nella pratica</i>	
4	<i>Forse però solo un metodo "aristotelico" porta a un'effettiva COMUNICAZIONE fra strutture e architettura...</i>	
5	<i>Così come il calcolo strutturale si poté originare avendo isolato una "struttura" dal resto della costruzione, attualmente un altro "passaggio generazionale" porta la progettazione a ricercare una nuova sintesi della struttura nell'architettura. Riguardo a quanto trattato nel presente elaborato, vanno rimarcati i punti seguenti</i>	
	<i>A) Va abbandonata la concezione di una sola generica situazione di esercizio normale e illimitato nel tempo: ciò comporta l'introduzione del tempo come variabile di progetto! Quindi anche la durabilità dell'opera e naturalmente delle sue componenti, a partire dal problema della garanzia di qualità del cls/c.a.)</i>	

	<p><i>B) A un criterio deterministico di calcolo se ne sostituisce uno semiprobabilistico, che comporta nuove considerazioni: 1. Storia statistica della probabilità che un evento (anzitutto il sisma) accada, distinguendo gli eventi per tipo ed entità dimensionale e riferendoli a un'attesa sul tempo di vita dell'opera, prestabilita come dato di progetto; 2. Individuazione certa delle modalità di comportamento della struttura ove sottoposta a tali "azioni anomale" già distinte in classi (variabile discontinua) e conseguente definizione di soglie di accettabilità del danno (esempio: manifestazione palese di deformazioni anziché crollo istantaneo, con salvaguardia di una funzionalità residua atta a garantire il tempo occorrente per la messa in sicurezza, analogamente a quanto accade nella valutazione di uno stato di emergenza come l'incendio)</i></p>	
	<p><i>C) Parallelamente è importante comprendere la valenza innovativa per la progettazione strutturale data da un uso consapevole dei moderni strumenti di calcolo informatizzato</i></p>	
	<p><i>D) Occorre poi spingersi a fondo nello studio del comportamento del manufatto strutturale, individuando una gerarchia d'importanza fra i vari fenomeni individuati. Per esempio, per accertarsi che la rottura della struttura avvenga in modo duttile e non fragile bisogna progettare la disomogeneità della sezione resistente rispetto al materiale ossia stabilire la proporzione cls/acc. responsabile della posizione dell'asse neutro: da cui l'importanza dei diagrammi d'interazione come strumento di verifica/dimensionamento, immagine del legame fra componenti di azione responsabili del medesimo sforzo ovvero del comportamento della sezione al variare dell'azione (posizionamento rispetto alla mappa dei campi di rottura)</i></p>	
	<p><i>E) Da ricordare che a essere determinato è il criterio di verifica, mentre la progettazione si evolve secondo uno sviluppo iterativo, avvalendosi di un "predimensionamento" sommario e affinando le soluzioni per approssimazioni successive. Peraltro la messa a punto di scelte progettuali dipende ancor prima dall'impostazione di un processo "metaprogettuale" a stadi, in cui l'elemento centrale è il MODELLO, cioè la raffigurazione sintetica usata per trattare in forma numerica i problemi: il modello è connesso a una data scala di osservazione e va aggiornato per ogni salto di scala. La correttezza di tale operazione di sintesi è legata alla capacità di ogni progettista nel saper "visualizzare" mentalmente i fenomeni</i></p>	
6	<p><i>Si tratta del progetto elaborato dall'ing. Stagnitto e altri per un concorso d'idee relativo a un nuovo ponte sul fiume Tevere a Roma, in prossimità del nuovo auditorium</i></p>	

7	<p><i>In data 9 maggio 2000 è stato effettuato un sopralluogo nel laboratorio della Facoltà per visionare l'arco in muratura - ricostruzione fedele del caso presente nelle volte del palazzo storico dell'Università di Pavia, interessato da un progetto di ristrutturazione - da sottoporre a prove di carico, affiancato da un'altra ricostruzione dotata di rinforzo in calcestruzzo armato sulla faccia superiore. Si è poi assistito alla rottura del manufatto in data 23 maggio 2000: la modalità di rottura e il valore del carico che l'ha provocata (1,6 tonnellate pari a circa 16 kN) è corrisposta alle attese elaborate mediante il calcolo. Il carico è stato applicato con l'ausilio di martinetti, mentre le deformazioni provocate sono state rilevate attraverso estensimetri elettrici capaci di trasmettere direttamente l'informazione al calcolatore per la registrazione e l'elaborazione dei dati acquisiti</i></p>	
8	<p><i>Va rilevata l'affinità del ragionamento sugli archi con lo studio del diagramma di interazione relativo alla presso/tenso-flessione di elementi in c.a.; nel caso dell'arco però si tratta di ottimizzare una geometria e non di verificare il comportamento di una soluzione data (in cui comunque va ottimizzato il rapporto fra materiali costituenti)</i></p>	
9	<p><i>L'arco - che lavora solo a compressione e si adegua/conforma al carico - più che a una trave somiglia a un ponte, nel senso che per soddisfare i requisiti propri della luce/carico, il suo progetto si concentra non solo su caratteristiche di sezione (E; A; J), bensì anche sulla geometria (variabile continua) del suo sviluppo</i></p>	
10	<p><i>Il presente elaborato costituisce una sintesi dei concetti espressi nel ciclo di lezioni del laboratorio di Tecnica delle costruzioni svolte da marzo a giugno 2000 (revisione dell'elaborato effettuata in data 19 giugno 2000). Le date degli incontri sono le seguenti</i></p>	
		1) 14 MR 00
		2) 21 MR 00
		3) 28 MR 00
		4) 04 AP 00
		5) 18 AP 00
		6) 09 MG 00
		7) 23 MG 00
		8) 30 MG 00
		9) 13 GG 00
		10) 20 GG 00

	BIBLIOGRAFIA PER APPROFONDIMENTI	
	<i>D. L. Schodek, Structures, Prentice hall's</i>	
	<i>Colonnetti, Scienza delle costruzioni (100 pagine introduttive)</i>	
	<i>G. Stagnitto, Meccanica e strutture da Archimede a Castigliano</i>	
	<i>E. Benvenuto, La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico</i>	
	<i>Migliacci e Mola, Progetto agli stati limite delle strutture in c.a.</i>	
	<i>G. Toniolo, Esercitazioni di tecnica delle costruzioni, Celuc</i>	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea

INGEGNERIA EDILE / ARCHITETTURA

Insegnamento

LABORATORIO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Docente

ING. GIUSEPPE STAGNITTO

Studente

MARIO VITTORIO SERINI (MAT. 273387/79)

**DALL'OSSERVAZIONE ALL'EVIDENZA
UNA CONQUISTA RAZIONALE**

ILLUSTRAZIONI

FEBBRAIO 2001

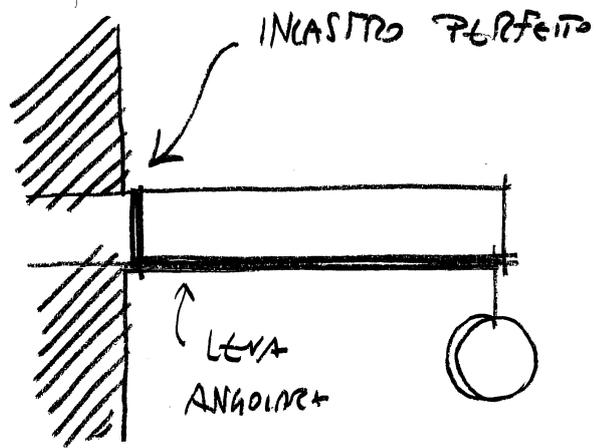
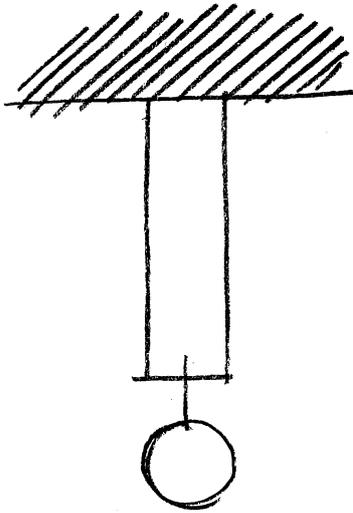
ELENCO DELLE ILLUSTRAZIONI

1. RESISTENZA ASSOLUTA E RELATIVA
2. LA PARABOLA E LA CATENARIA
3. RELAZIONE FRA MOMENTO E CURVATURA;
L'EQUAZIONE LINEARIZZATA (NAVIER)
4. INTEGRALE, LEGAME FRA CURVA E RETTA
5. L'IMPORTANZA DEL MODELLO. I, II
6. SOLUZIONE DEL PROBLEMA IPERSTATICO
7. BARICENTRO, MOMENTO, INTEGRALE
8. RELAZIONE FRA MOMENTO E SPOSTAMENTO. I, II
9. SOLUZIONE PER VIA ANALITICA
10. CONCETTI DI SIMMETRIA E DI VINCOLO
11. RINFORZARE NON È IRRIGIDIRE. I, II
12. PERCHÉ IL PREDIMENSIONAMENTO. I, II
13. IL CASO DEGLI ARCHI: EQUILIBRIO, RESISTENZA. I, II, III
14. ESEMPIO: LA PIATTABANDA (CALCOLO). I, II, III

RESISTENZA ASSOLUTA E RELATIVA

①

GAULTO



RESISTENZA ASSOLUTA
(lunghezza ininfluente)

RESISTENZA RELATIVA
(ridotta dalla lunghezza...)

$$R_{rel.} \cdot L = R_{ass.} \cdot h/2$$

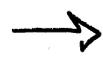
$$\rightarrow \frac{R_{ass.}}{R_{rel.}} = \frac{L}{h/2}$$

Errore nella posizione dell'asse neutro! Andra spostato dall'interno al baricentro (Coulomb) - Gaulto comunque opera in acciaio a rotina.

$$M = \sigma \cdot \frac{bh^2}{6} = \sigma W \quad (\text{anno 1773})$$

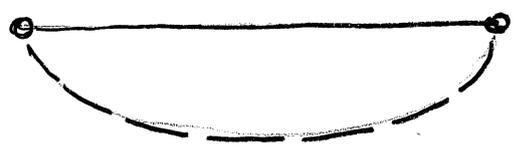
↑ σ come a MeN (\neq t di τ e M_E)

LA PARABOLA E LA CATENARIA



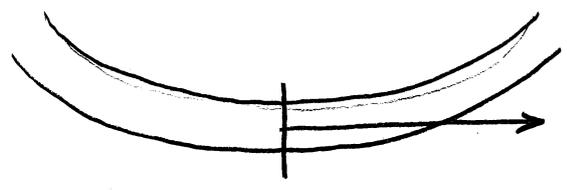
CARICO UNIFORMEMENTE

DISTRIBUITO : PARABOLA (es. fune di ponti o tiranti)



FUNE APERTA : CATENARIA (è l'area ideale...)

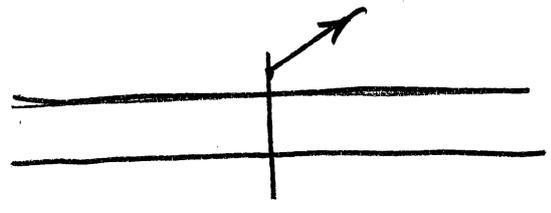
Quantità di peso costante per unità di lunghezza



A.I. = azione } effettivamente "interna" direzione tangente

(anno 1691)

... è un caso particolare!



TRAVE ↔ RIGIDA FLESSIONANTE

⇒ la A.I. è "esterna"

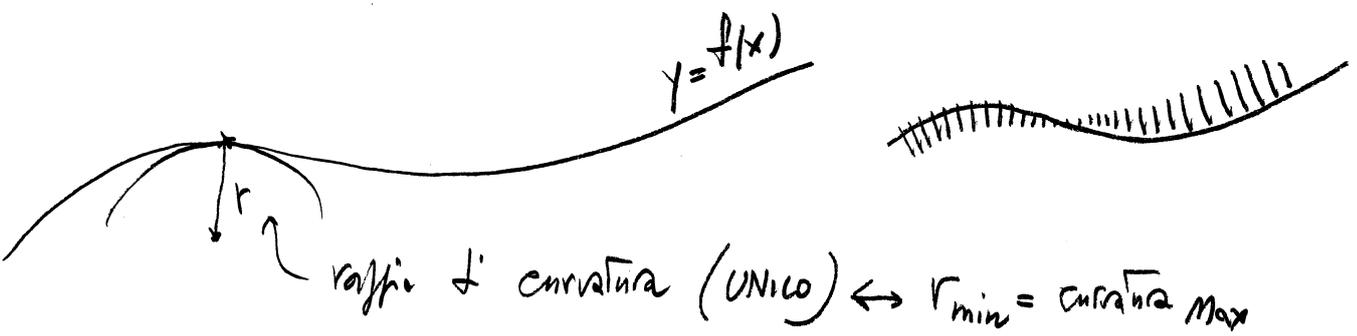
(anno 1771/74)

Eulero

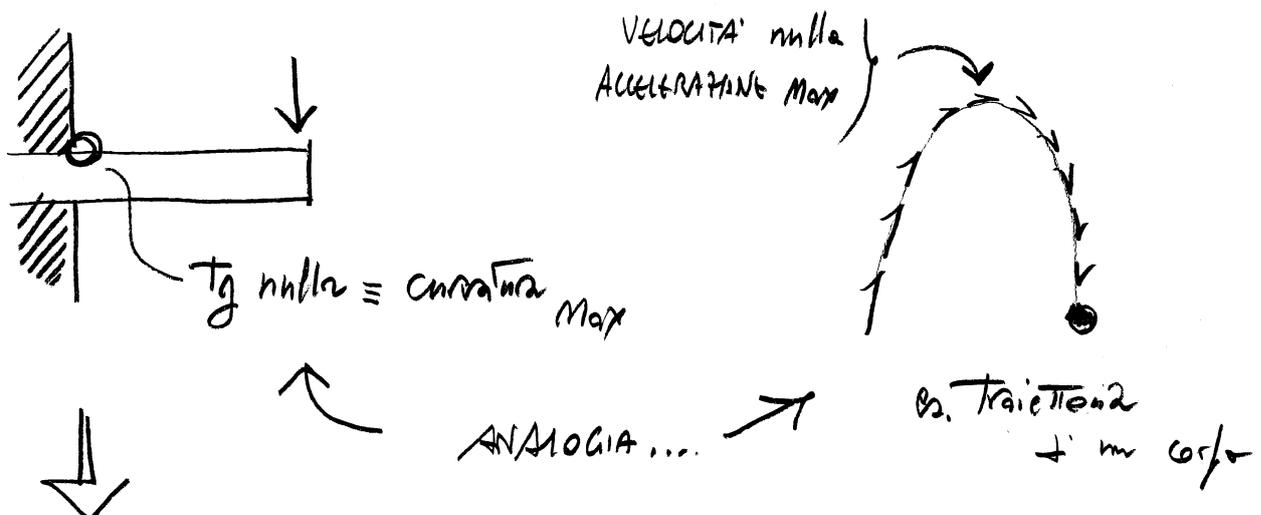
bastano $\begin{cases} \bar{R} = 0 \\ \bar{M} = 0 \end{cases} \Rightarrow A.I. \begin{cases} N \\ M \\ T \end{cases}$

↳ IPOTESI mantenimento sezioni piane ⇒ asse NEUTRO n-n baricentrico!

RELAZIONE FRT MOMENTO E CURVATURA,
L'EQUAZIONE LINEARIZZATA (NAVIER)



$\frac{1}{r} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$ ← rapporto geometrico $1,5 = \frac{3}{2}$ ← crescita pesi = VOLUME
 ← crescita resistenza = SUPERFICIE



$M = k \frac{1}{r}$ (Max $\frac{1}{r}$) proporzionalità momento / curvatura

$\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$
 il denominatore cos'è? L'espressione completa è irrisolvibile. Tale termine può essere eliminato nell'ipotesi di piccoli spostamenti... L'espressione che noi oggi è semplificata.

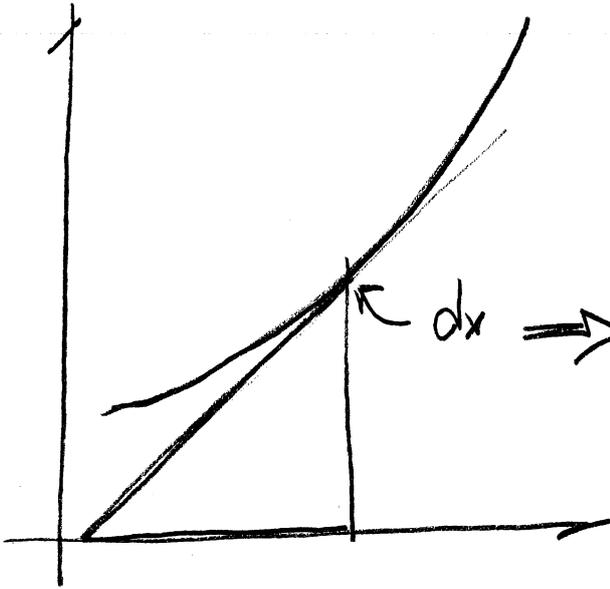
$M = k y''$

materiale $\frac{EJ}{L}$ → geometria sezione

EQUAZIONE LINEARIZZATA (Navier 1820m)

INTEGRALE; LEGAME FRA CURVA E RETTA

④



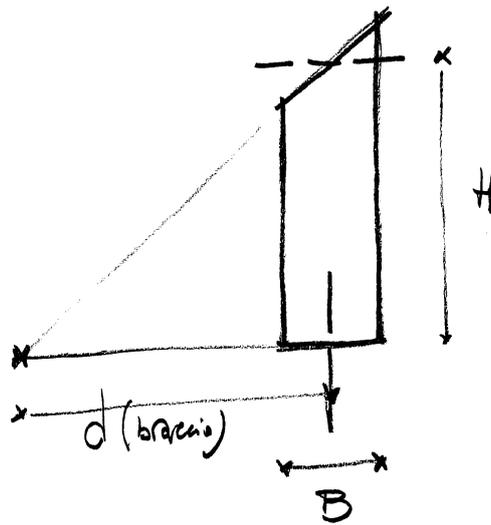
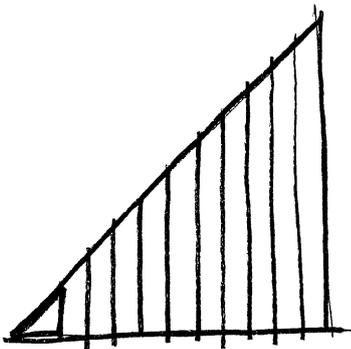
legame fra curva e retta
(triangolo caratteristico di Pascal)

l'annullarsi dei rapporti quantitativi
non annulla i rapporti qualitativi...

il RAPPORTO rimane

COSTANTE e FINITO $\frac{dy}{dx}$

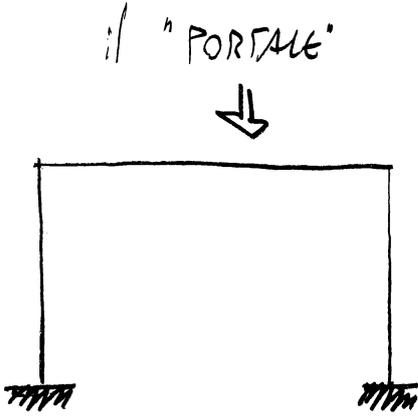
INTEGRALE: al limite è una "macchina per pensare" (Leibniz)
esso stesso è lo strumento di calcolo



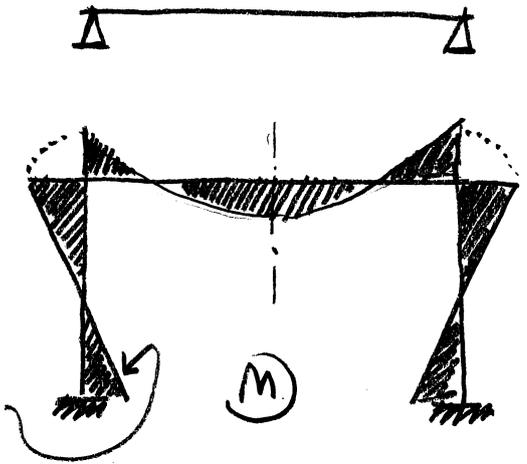
$M_{tot} = B_1 \cdot H_1 \cdot \delta_1 + \dots + \dots$ \rightarrow analisi infinitesimale $\leftrightarrow \int$
($B = dx$)

INTEGRALE = numero finito che rappresenta un'infinità
di elementi infinitesimi (per serie convergenti)

L'IMPORTANZA DEL MODELLO. I

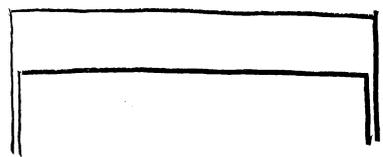
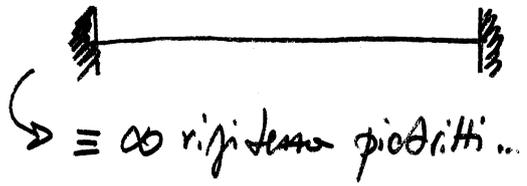


(come una bilancia in equilibrio)

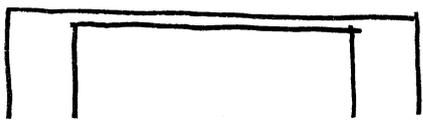


parte
tessa!!

caso di semplificazione...
e caso intermedio (telario)



≈



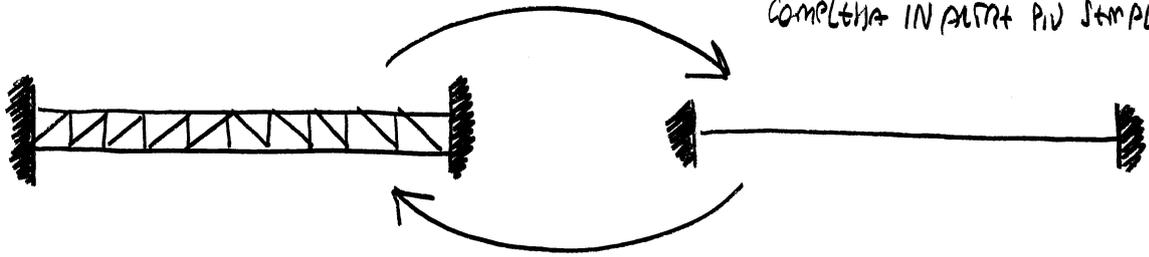
≈



Calcolo e dimensioni sono
interdipendenti: ciò che viene
assunto come dato condiziona
la soluzione. la realtà viene
approssimata in modo iterativo



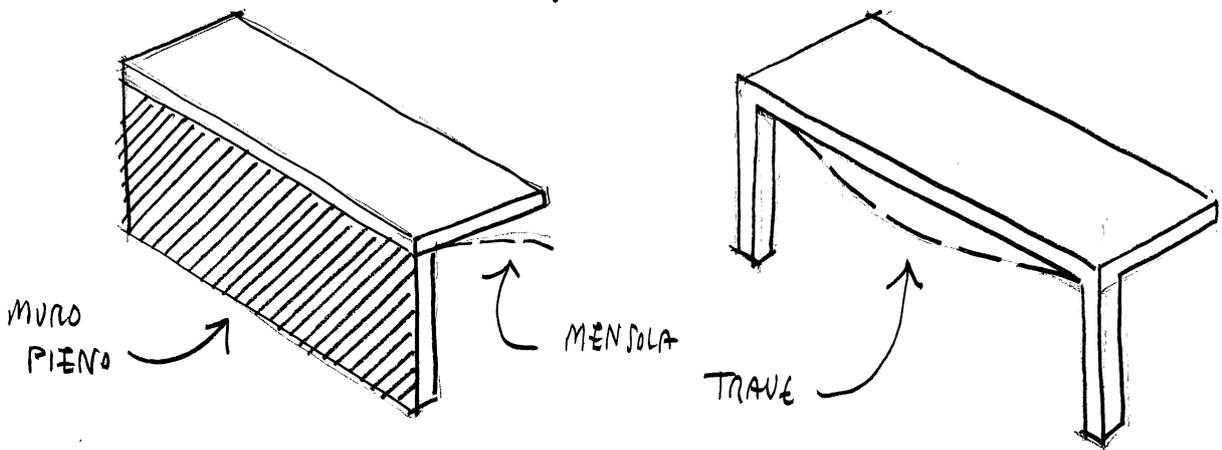
QUAL È IL PRINCIPIO PER CUI DIVENTA
LEGITTIMO SEMPLIFICARE UNA STRUTTURA
COMPLETTA IN ALTRA PIÙ SEMPLICE, ISOLATA?



L'IMPORTANZA DEL MODELLO. II

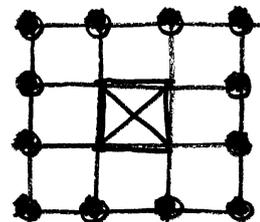


Individuare gli estremi e poi la realtà intermedia.



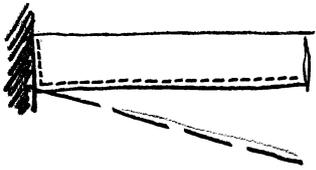
Qual è la soluzione che "vince"? Similitudini solo apparenti possono richiedere soluzioni opposte...! (equilibrio + congruenza) → attenzione all'errore di modello come fonte dell'errore di calcolo: nel progetto del C.A. occorre far coincidere lo schema di materiale rigido con quello ipotizzato come resistente!!

Es.: il campo di solario centrale nella pianta non ha momento negativo ai bordi.....



SOLUZIONE DEL PROBLEMA IPERSTATICO

6



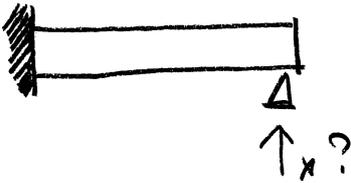
GAULGO

la mensola è rigida, come nel principio della leva di Archimede; viene però indichato uno schema legato all'alternativa dell'elemento c che si oppone alla rotazione



BERNOULLI

Calcolo della deformata presuntendo delle deformazioni per cui IPERSTATICA



NAVIER 1821

IPERSTATICA ↔ CONGRUENZA

"Fornire forze quanto basta perché il vincolo geometrico sia rispettato" ... patto patto!

$\sigma = \epsilon E$
 $[F/A]$ $\left[\begin{array}{l} \text{spostamento} \\ \text{lunghezza unitaria} \end{array} \right] \rightarrow \text{adimensionale}$

$\lim_{A \rightarrow 0} \frac{P}{A} = \text{numero limite}$

$\Delta l = \frac{N \cdot l}{\epsilon A}$ Legendre
Bernoulli

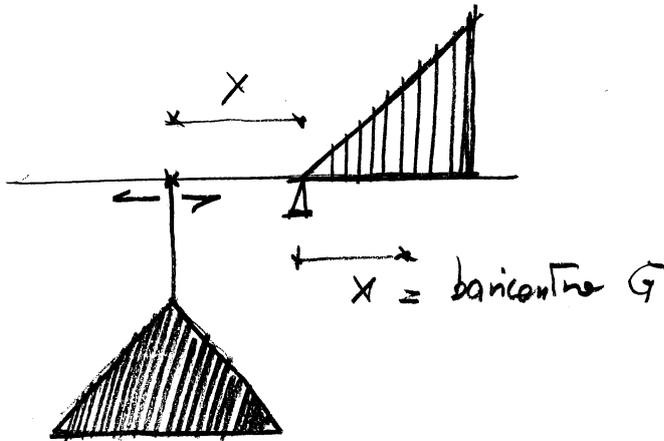
$\frac{N}{A} = \epsilon \frac{\Delta l}{l}$
 $\uparrow \quad \quad \uparrow$
 $\sigma \quad \quad \epsilon$

$[N/cm^2] \epsilon = \left\{ \begin{array}{ll} 2'100'000 & \text{acciaio} \\ 100'000 & \text{legno} \\ 300'000 & \text{chc (ca)} \\ 50'000 & \text{materia} \\ & (\neq \text{talenti}) \end{array} \right.$

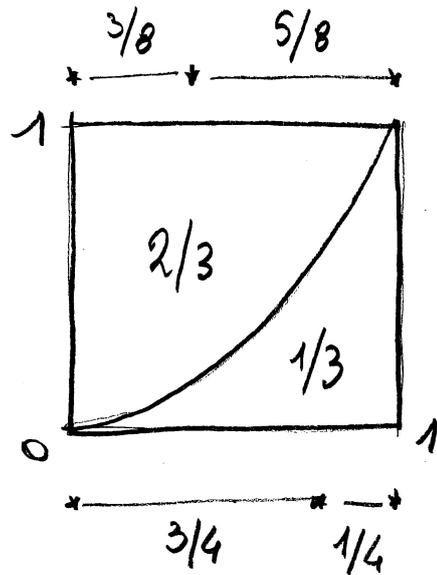


BARICENTRO, MOMENTO, INTEGRALE

7



STADTBA = macchine analogiche per soluzione di proporzioni



$$A x_G = M_{tot} \rightarrow x_G = \frac{M_{tot}}{Area}$$



$$\int_0^1 f(x) dx \cdot x_G = \int_0^1 (f(x) \cdot dx) \cdot x \quad \text{braccio}$$

$$\left[\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} \right] \leftarrow$$

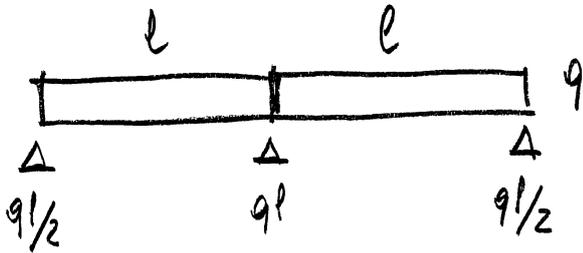
$$\frac{x^2}{2} \int_0^1 x_G = \frac{x^3}{3} \rightarrow (x=1) \frac{1}{2} x_G = \frac{1}{3} \rightarrow x_G = \frac{2}{3} \quad (\text{triangolo})$$

$$\int_0^1 f x^2 dx \cdot x_G = \int_0^1 f x^2 dx \cdot x \rightarrow x_G = \frac{3}{4} \quad (\text{area di parabola})$$

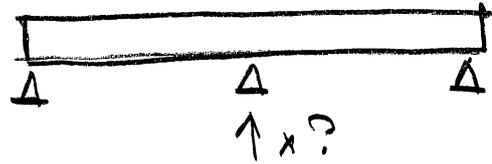
RELAZIONE FRA MOMENTO E SPOSTAMENTO, I

Ⓟ A

ISOstatica

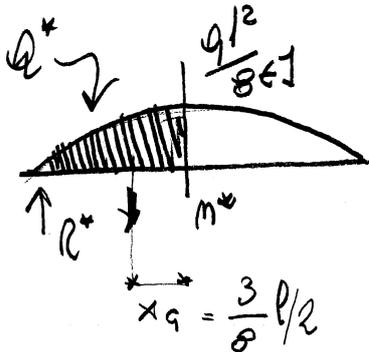
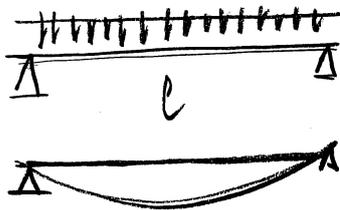


IPERstatica



Corpo rigido \rightarrow sistema di equazioni
 INDETERMINATO perché fissando
 un valore si ottengono gli altri...
 (\neq soluzione univoca)

①

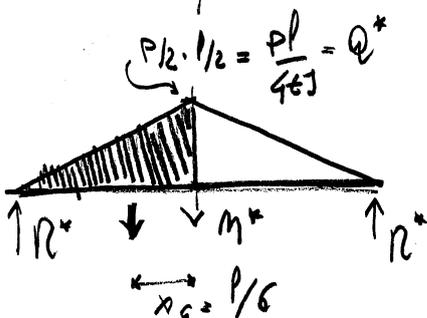
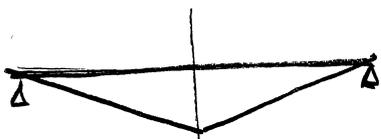
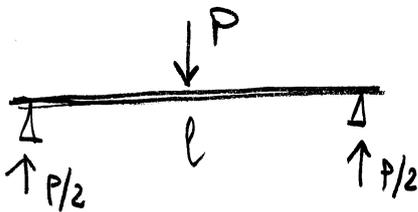


Il momento del momento è lo spostamento!

$$M_1^* = R^* \cdot \frac{l}{2} - Q^* \cdot x_g \quad \left[Q^* = \frac{ql^2}{8 \epsilon J} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} = R^* \right]$$

$$M_1^* = \delta_1 = \frac{ql^3}{24 \epsilon J} \cdot \frac{l}{2} - \frac{ql^3}{24 \epsilon J} \cdot \frac{3}{8} \frac{l}{2} = \frac{5ql^4}{384 \epsilon J}$$

②



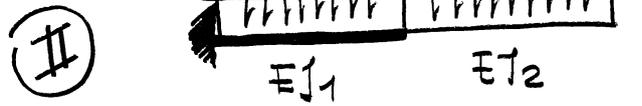
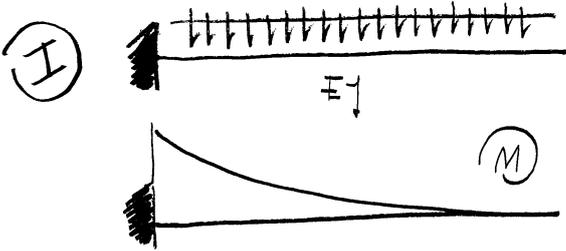
$$M_2^* = \delta_2 = R^* \cdot \frac{l}{2} - Q^* \cdot x_g \quad \left[Q^* = \frac{Pl}{4 \epsilon J} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} = R^* \right]$$

$$M_2^* = \delta_2 = \frac{Pl^2}{16 \epsilon J} \cdot \frac{l}{2} - \frac{Pl^2}{16 \epsilon J} \cdot \frac{l}{6} = \frac{Pl^3}{48 \epsilon J}$$

Sovrapposizione effetti (Erone 1° solo f.c.)

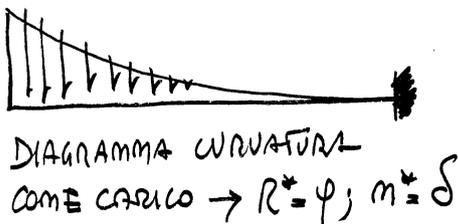
$$\delta_1 = \delta_2 \rightarrow \frac{5ql^4}{384 \epsilon J} = \frac{xP^3}{48 \epsilon J} \rightarrow x = \frac{5}{8} \frac{ql}{P}$$

RELAZIONE FRA MOMENTO E SPOSTAMENTO. II



Dunque $M \neq \frac{-M}{EI}$ (curvatura)

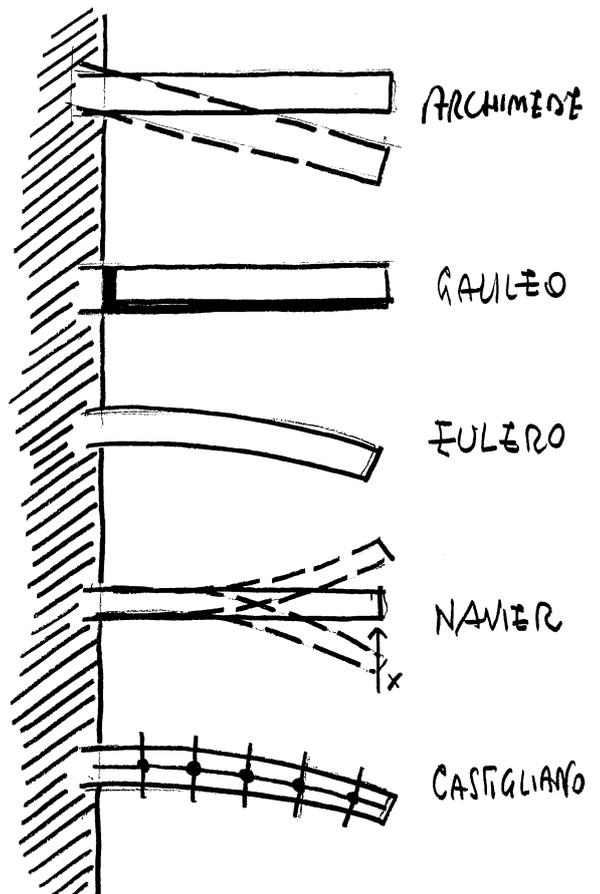
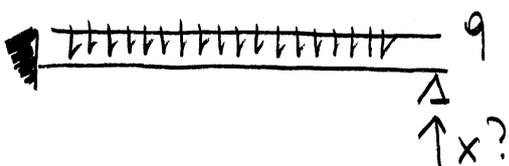
STRUTTURA AUSILIARIA
(ANALOGIA DI MOHR)



Nel caso a lato era $x = x(q; l)$
In questo caso $\bar{x} = x(q; l; \frac{EI_1}{EI_2})$

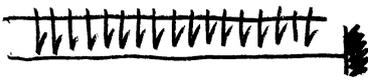
Perché $f(\text{traccia}) = f(q; l; \frac{EI_1}{EI_2})$

L'applicazione dell'analogo di Mohr consiste a una doppia integrazione e, potendo calcolare gli spostamenti in un punto (l'estremo) è possibile risolvere il problema iperstatico, studiando due casi separati e procedendo a una sovrapposizione degli effetti. Occorre cioè impostare un'equazione di congruenza: si esprimono due spostamenti, imponendo con il vincolo del vincolo



SOLUZIONE PER VIA ANALITICA

9

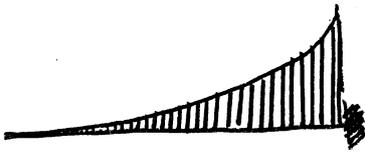


$$EI y'''' = q \text{ costante (CARICO)}$$



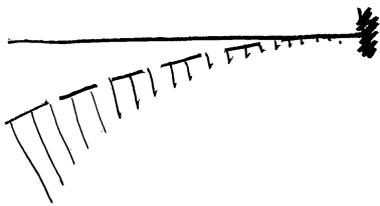
$$EI y''' = \int_0^x q dx = qx + C$$

per $x=0$; $T=0 \rightarrow C=0 \rightarrow T=qx$ legge del TAGLIO



$$EI y'' = \int_0^x T dx = \frac{qx^2}{2} + C$$

per $x=0$; $M=0 \rightarrow C=0 \rightarrow M = \frac{qx^2}{2}$ MOMENTO



$$EI y' = \int_0^x M dx = \frac{qx^3}{6} + C$$

posto $\theta y \equiv \phi$ per piccole defl. angolari...

per $x=l$; $\phi=0 \rightarrow C = -\frac{ql^3}{6} = \phi$ (CURVATURA)

... q rapito piccolo conqente curvatura grande



$$EI y = \int_0^x \phi dx = \frac{qx^4}{24} - \frac{ql^3}{6}x + C$$

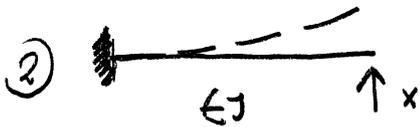
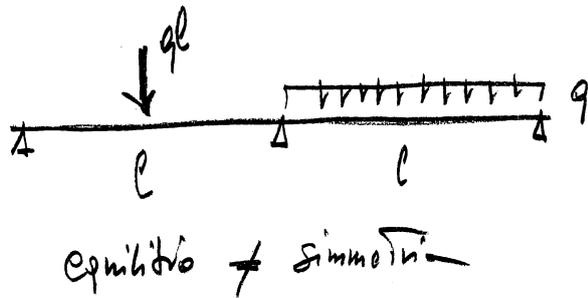
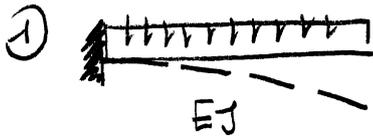
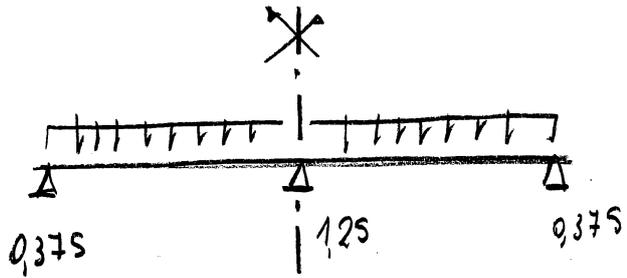
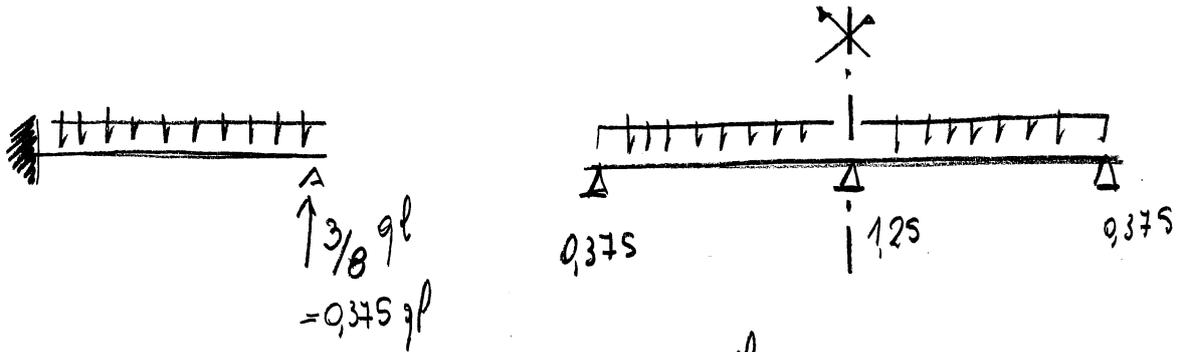
e dato che il vincolo non subisce allontanamento

per $x=l$; $y=0 \rightarrow C = \frac{ql^4}{8} \rightarrow$ espressione "deformata"

\rightarrow imposto $x=0$; $\phi = \frac{ql^4}{8EI}$ cioè la "FRECCIA"

INTEGRARE IL CARICO PIZZO-PIZZO DA' OGNI VOLTA UN RISULTATO UTILE!

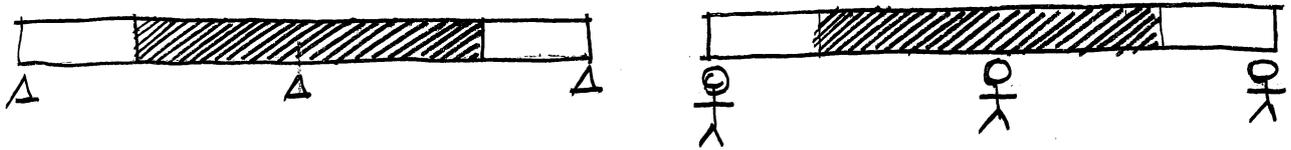
CONCETTI DI SIMMETRIA E DI VINCOLO



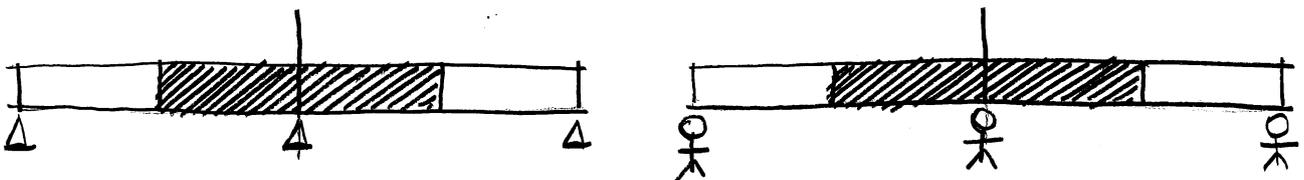
→ sovrapposizione effetti → $\frac{EI}{EI}$ (stesso materiale)

Il vincolo è una "macchina" che crea quanto forza occorre per impedire lo spostamento, immediesimondosi in esso...

I) Trave IPERSTATICA su 3 appoggi → zona d'influenza per appoggio centrale $> l/2$



II) 2 Travi ISOSTATICHE su 2 appoggi → zona d'influenza per appoggio centrale = $2 \cdot \frac{l}{2}$

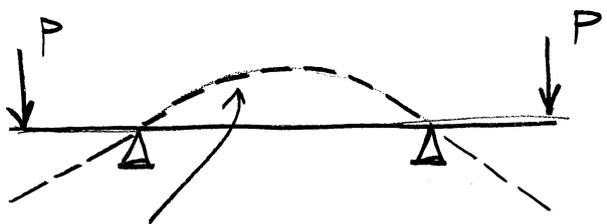


..... Il vincolo centrale è alleggerito perché... è un "vincolo", scrittura simbolica per una macchina ideale (∞ rigidità dei supporti...)

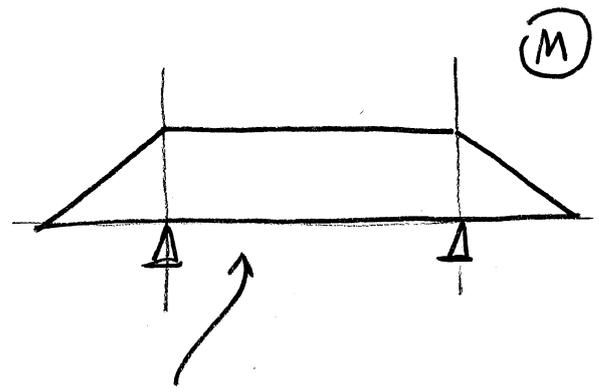


ma se l'appoggio fosse un muro, ogni si sentirebbe appesantito: infatti gli verrebbe richiesta più forza (infinite rigidità flessionale) (∞ rigidità del travo...!)

RINFORZARE NON E' IRRIGIDIRE. I



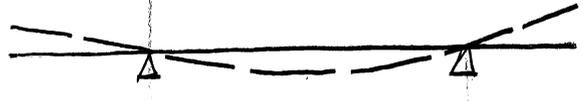
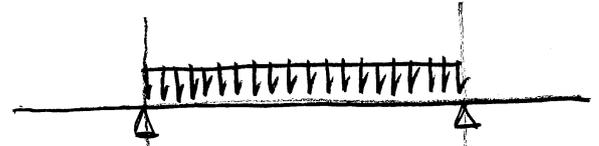
Rigorosamente la deformata è un arco di cerchio, in quanto viene ligna a curvatura costante. In questo caso l'equazione semplificata darebbe un risultato errato.



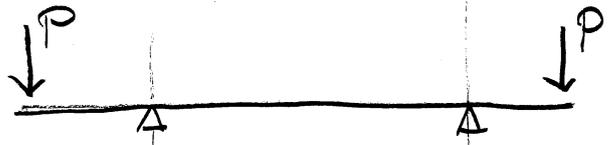
Un po' fatto a momento costante: caso utile per prove di laboratorio

(caso del Centre Pompidou, Paris).

DEFORMATA → "FRECCIA" = $\phi \neq$



Esiste un preciso valore di P capace di annullare ϕ ...



... mentre non esiste un valore di k che raggiunga lo scopo

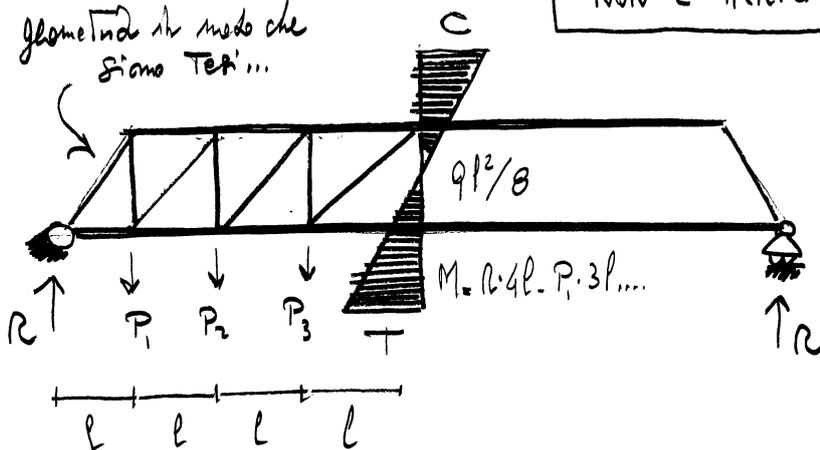


Il valore di P per annullare la freccia viene ottenuto eguagliando due spostamenti (la freccia data da q e quella "invertita" data dai P), mentre non' altro caso la freccia esiste anche ponendo il valore $k = \infty$ (cioè riducendo le molle a balle...)

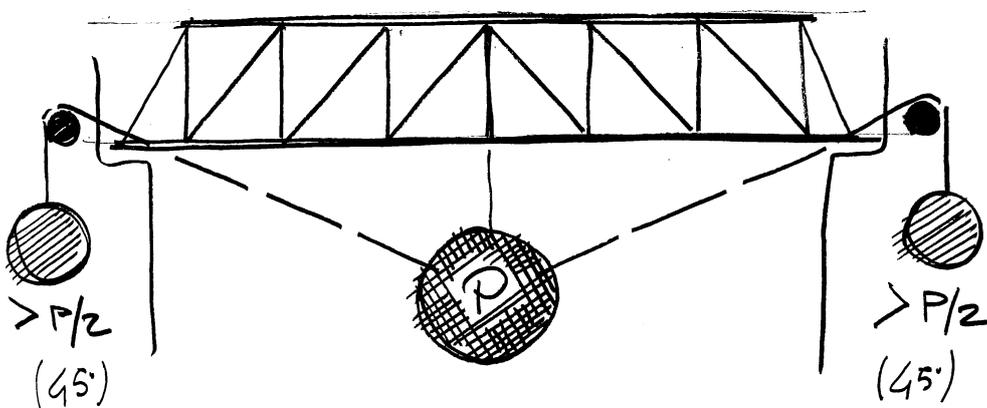
RINFORZARE
NON E' IRRIGIDIRE . II

11 B

geometria in modo che
siano Tet'...

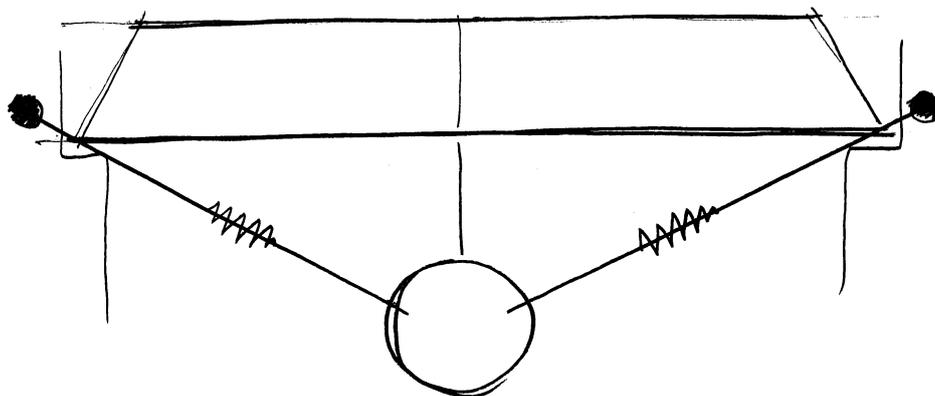


la R può essere
scorporata in due forze,
(con solo due supporti)
e così via, procedendo
con equilibrio ai nodi

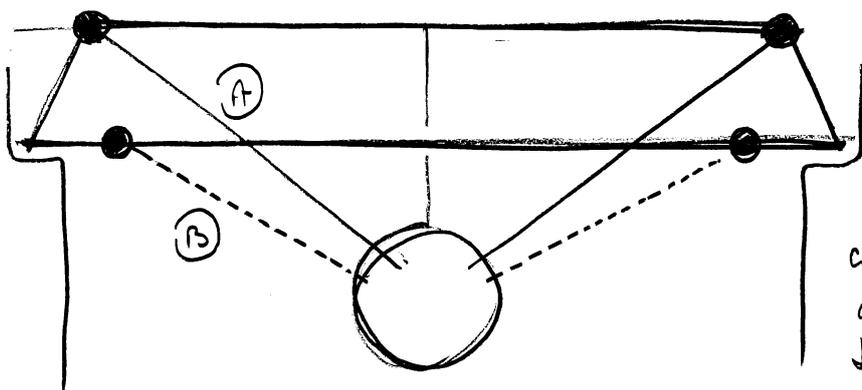


controbilanciando forze
con altre forze, note,
non variano le tensioni
né in generale la
meccanica della struttura

Opponendo invece una
rigidità, la struttura
viene chiamata in causa



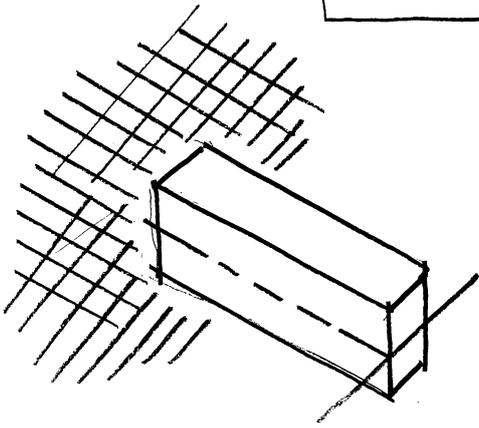
qualora poi dall'interno
sul nodo esterno si passi
a quello interno, avviene
una ridistribuzione delle
rigidezze che ha come
risultato radicale alla struttura
il suo funzionamento:



con A sul lato compresso la tensione
aumenta del 50%; con B diminuisce
del 25% e il lato teso diviene ipermente compresso

PERCHÉ IL PREDIMENSIONAMENTO. I

(12) A



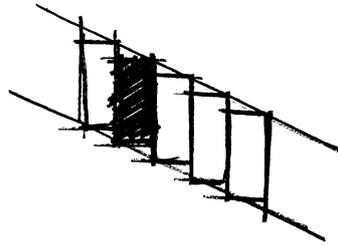
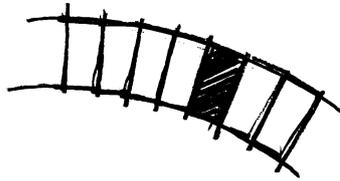
Comportamento elastico $\rightarrow \sigma = M/W$

con $W = \frac{J}{\gamma}$ ← distanza della fibre Considerate insieme neutro (baricentro)

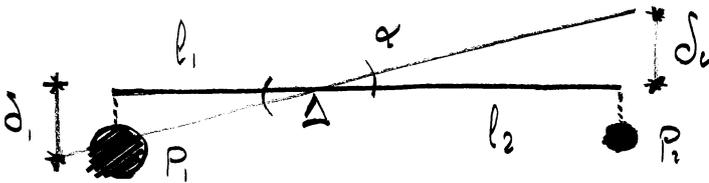
calcolo a rottura: $\sigma = \frac{M}{W_R}$ (contorni)

$J = \frac{bh^3}{12}$ è: "area elementare per quadrato della distanza dal baricentro"

DEFORMAZIONE = rotazione reciproca dei "blochetti"



Deformazioni di taglio = slittamento (di sezione trasversale): la τ dipende dall'area della sezione, e non dal momento d'inerzia J



$P_1 : P_2 = l_1 : l_2 \rightarrow$ ente "momento" invariante per EQUILIBRIO $\rightarrow P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2$

lim $\frac{\text{Forza}}{\text{Area}}$ finito, anche con F_e & infinitesimi (Cauchy) ... un metodo

α equilibrio diretto è il p.p.v., metodo energetico (Lagrange) tenuto su una condizione fisica

$$P_1 \cdot d_1 = P_2 \cdot d_2$$

$$P_1 \cdot l_1 \cdot \alpha = P_2 \cdot l_2 \cdot \alpha$$

... per trattare le deformazioni come un'altra materiale: l'analisi infinitesimale (Leibnitz; Newton) \rightarrow calcolo variazionale, cioè

legge del comportamento, tenuto su "costi efficienti":

proporzionalità fra momento e curvatura!

$$M \propto 1/R$$

LA INTERAZIONE FRA AZIONI E DEFORMAZIONI...

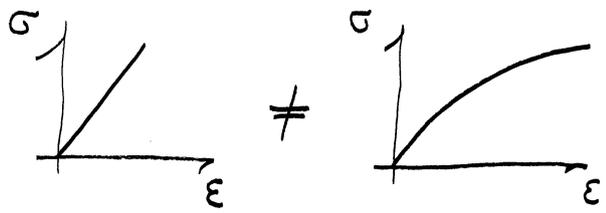
COMPORTE PROCEDURE DI ITERAZIONE DEL CALCOLO

PERCHÉ IL PREDIMENSIONAMENTO, II

- Nelle strutture ipostatiche le Azioni Interne NON dipendono dalle sezioni.
- Nelle iperstatiche, al pari che nei casi, come un "mutuo rapporto" e, in caso di vincoli non fissi, occorrono anche le dimensioni anatomiche

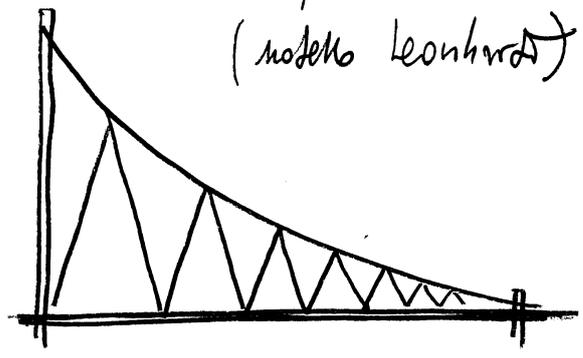
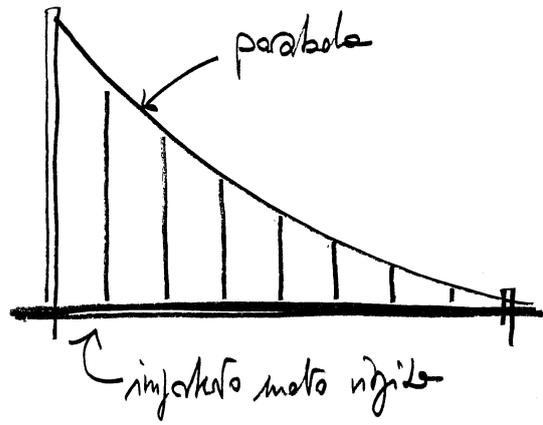


NON LINEARITA' del materiale



→ NON LINEARITA' geometrica:

IL CALCOLO E' FUNZIONE DELLE DEFORMAZIONI !! (e nel caso di strutture "leggere" la struttura e' così debole che la sua situazione di equilibrio/comprensione viene appiattita solo sotto il carico) ... es. progetto x Concano ponte sul Tevere a Roma presso Anagnini ...



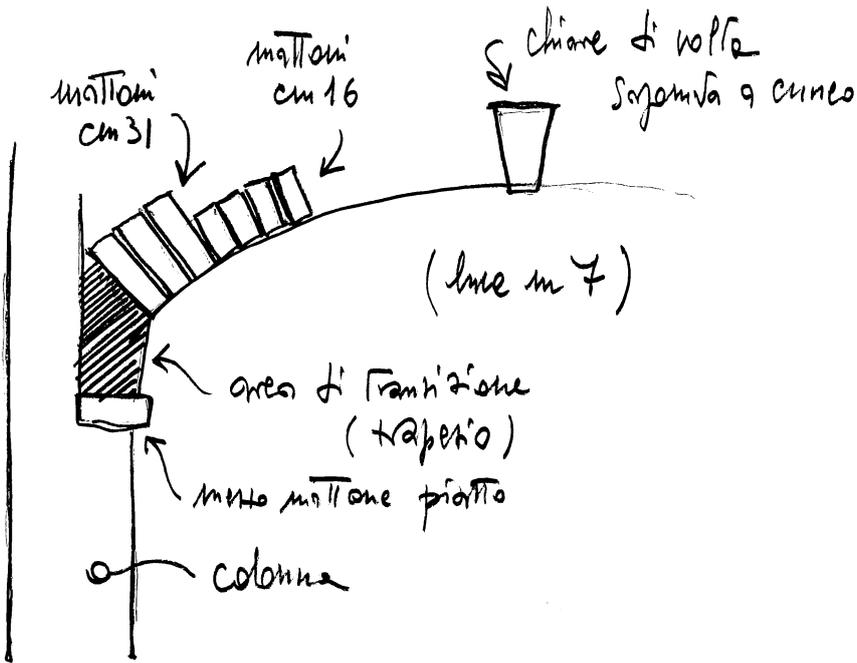
Sicuramente tutti i tiranti sono tesi, in questo caso ...

... altrimenti metà dei tiranti sarebbero compressi, come in una trave reticolare: impossibile → sovrapposizione effetti, i tiranti vengono pre-tesi ... (come i raggi di una ruota)

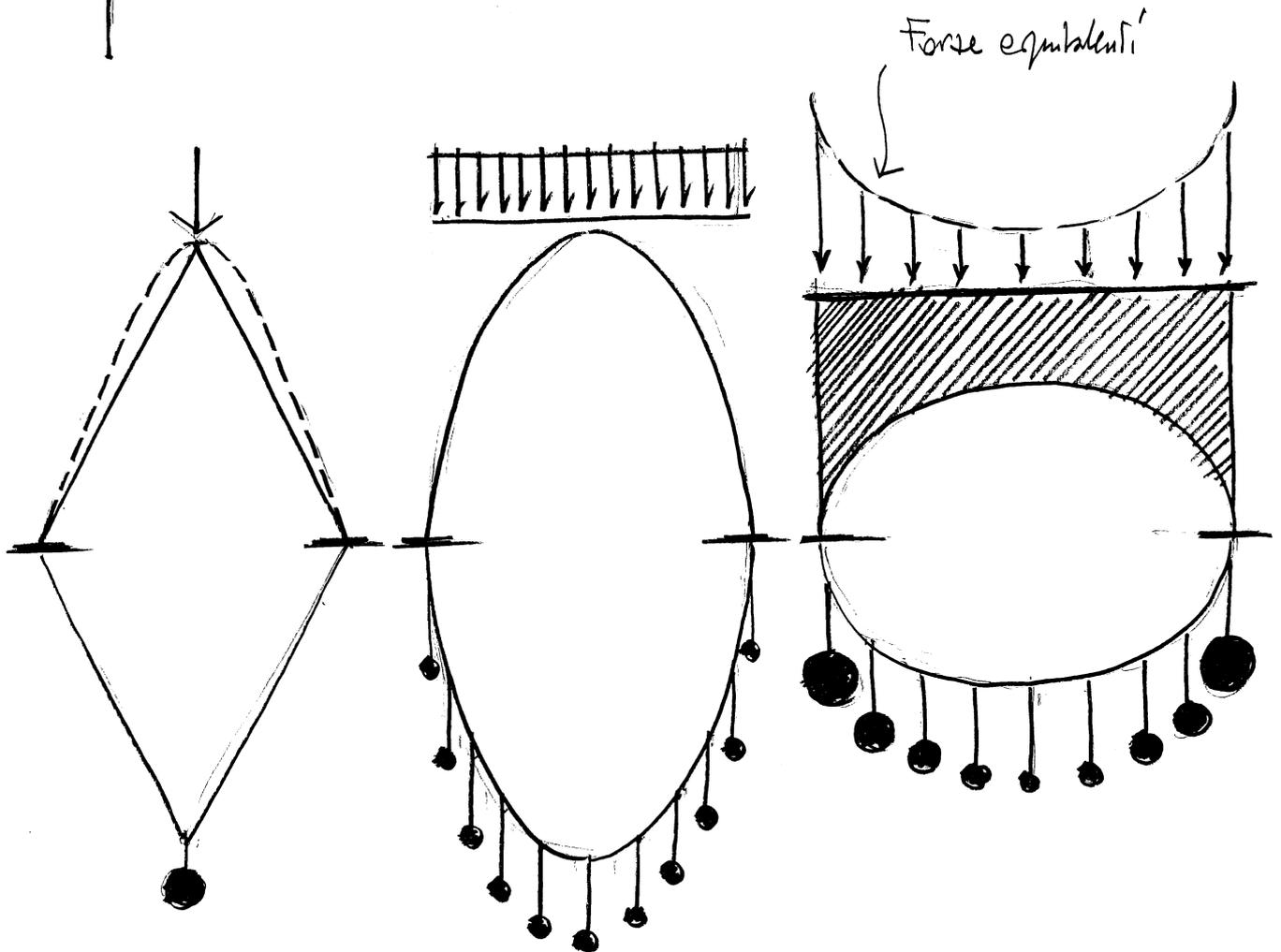
- VINCOLI GEOMETRICI
- ATTRAZIONI GRAVITAZIONALI
- ELASTICITA' e RIGIDITA'

Interdipendenza calcolo ↔ azioni "interne"
 ↓
 prestazioni del materiale

→ PREDIMENSIONAMENTO → calcolo azioni → "mutuo rapporto" tra parti

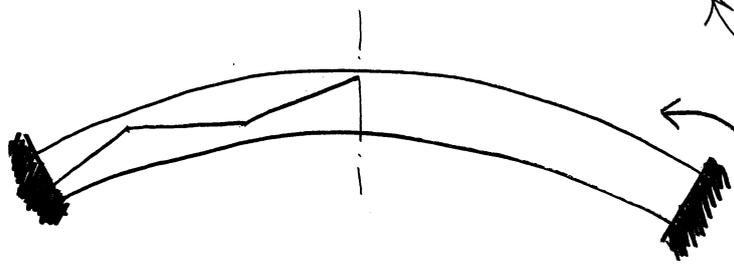


ARCO RIPRODOTTO
IN LABORATORIO
"FETTA" DI VOLTA
(Da: Palazzo Strozzi,
Università di Pisa)



Lo arco come "macchina analogica": l'arco non è fatto di volta in volta,
è una struttura che ritrova il proprio equilibrio / funzionalità aggiungendo, anzi
"costituendo" la forma in base al carico...

IL CASO DEGLI ARCHI: EQUILIBRIO, RESISTENZA. II 13 B



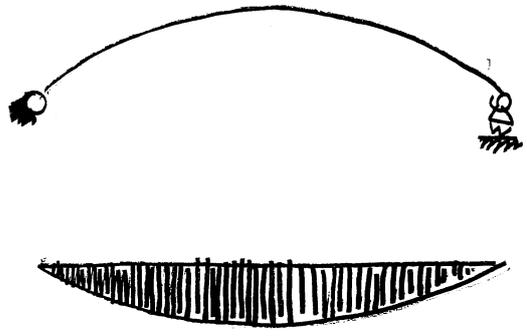
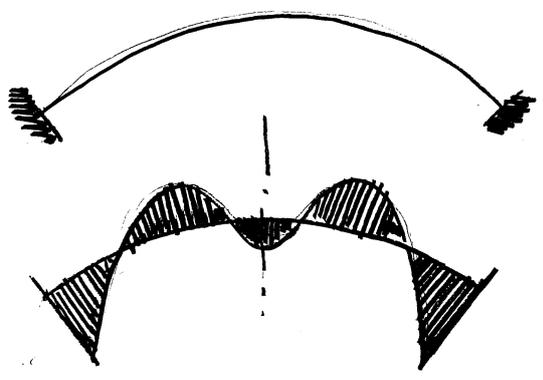
Carico dato (normative...)

Diagramma delle pressioni (esempio)
 \Rightarrow valori $\frac{M}{N}$ da ottimizzare, calcolando la eccentricità e adottando la forma a esso

Stato di tensione: si intende allora solo a compressione (mattina, anche "a secco", perciò discontinua)... Analogia C.A.P.

La "tensione" è neutralizzata dalla coppia interna capace di opporsi alla condizione di rottura

FORMA DELLA CURVA + VINCOLI = CREAZIONE DI SPINTA



(M)

(M)

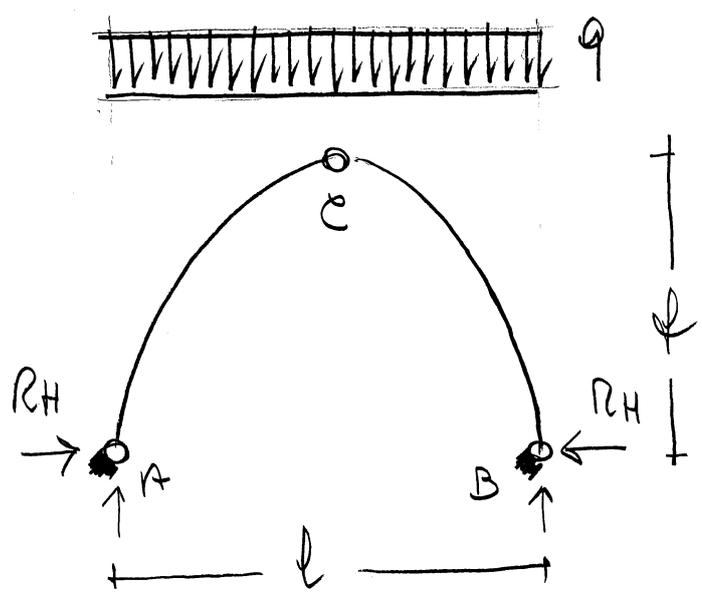
(N)

(N)

ARCO \neq TRAVE CURVA

Nell'arco è il arco stesso che, attraverso la forma geometrica, va a generare una componente di spinta orizzontale. Tale spinta, resistendo al vincolo, dà luogo all'azione di compressione compatibile con il materiale costituente. Il vincolo è un inelastico quanto possa l'intera imposta...

IL CASO DEGLI ARCHI: EQUILIBRIO, RESISTENZA - III



$$H_A = H_B = R_H$$

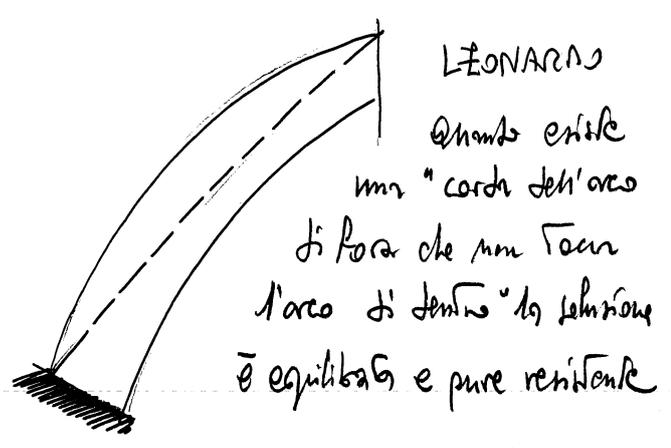
$$V_A + V_B - ql = 0; \quad V_A = V_B = \frac{ql}{2}$$

$$M_A = 0 \rightarrow V_B; \quad M_B = 0 \rightarrow V_A = \frac{ql}{2}$$

$$M_C = 0 \rightarrow H_A \cdot f - V_A \cdot \frac{l}{2} + \frac{ql^2}{8} = 0$$

$$\Rightarrow R_H = \frac{ql^2}{8f}$$

Problema ipostatico \rightarrow la forma non influenza la spinta (R.H.);
 essa però influenza comunque le A.Z., dunque l'interazione fra M e N;
 il fattore $R_H \cdot f$ di fatto "compete" M (rotazione opposta); la variabile è solo f.
 L'azione di compressione va "sottratta" al quanto funzionale dell'arco.



"a" è legato alla quantità di materiale per opporsi a N: di cui la parte utile per il proprio lavoro viene tolta per le pressioni. Tra le due combinazioni trovare quella che presuppone moltiplicatore Max per giungere alla situazione di rottura... Quant'è che tutto tale limite si ha la 4° curva \rightarrow il collasso!

"STATI" del DIAGRAMMA σ

1820

 NAVIER
 Componente di trazione, str. resistente ridotta

1880

 CASTIGLIANO
 S. elastico accettabile, str. resistente \equiv sq. geometria reale

1930

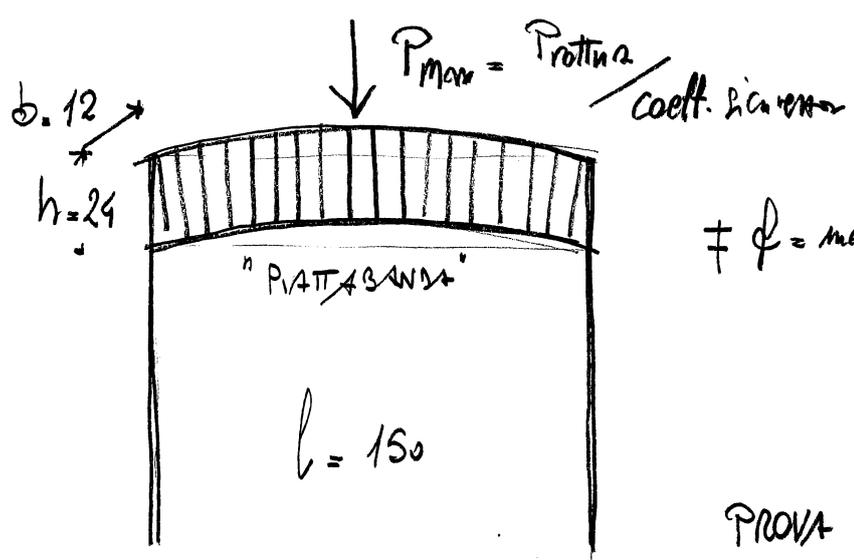
 COLONNETTI
 S. elastoplastico... dipendente dalla storia di carico

1950

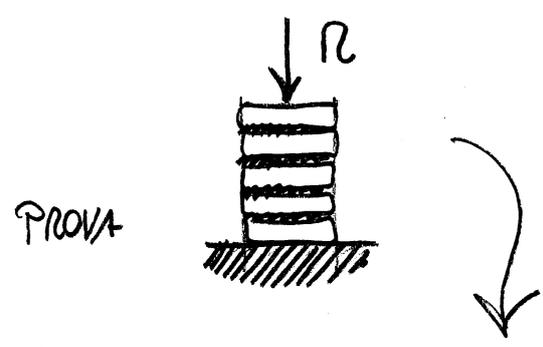
 GREENBERG E PRAGER
 stato di rottura o completa plasticizzazione: non dipende dalla storia...

ESEMPIO: LA PIATFABANDA. I

CALCOLO A ROTTURA...
PROBLEMA DI CONTRASTO!

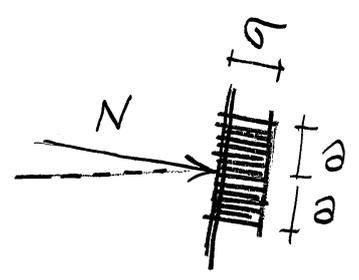
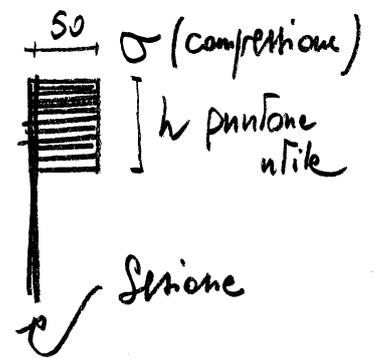
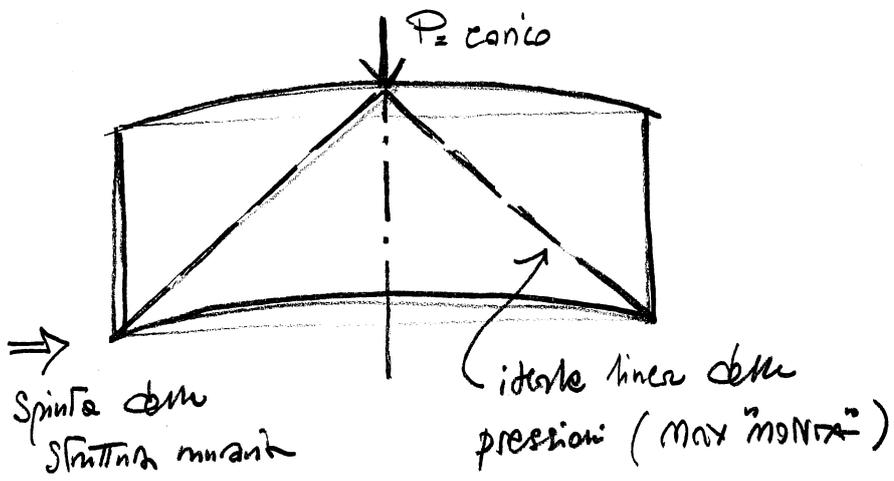


$\neq \phi = \text{molto piccolo}$

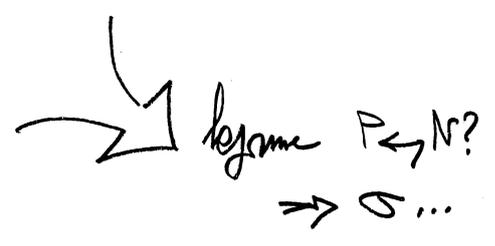
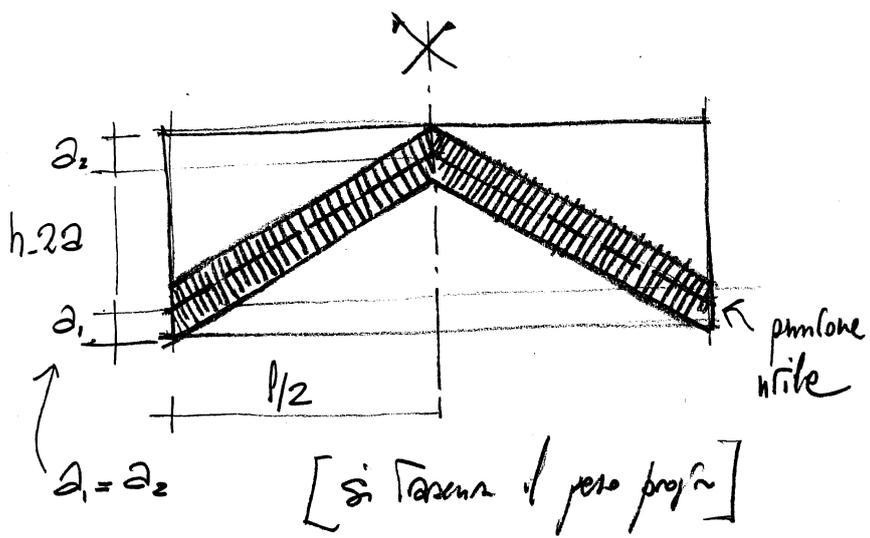


Es. valore di rottura tipico x muratura (insieme mattoni + malta) = kg 14'400

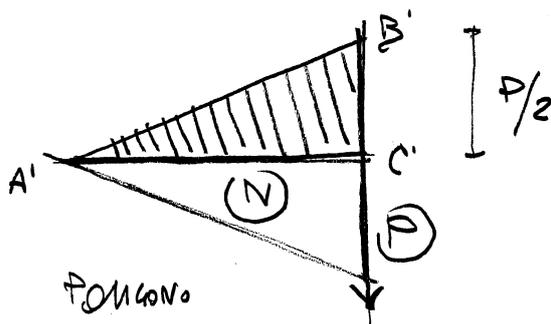
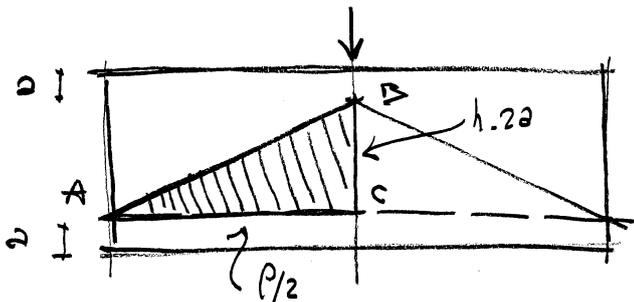
$\rightarrow \sigma = \frac{N}{A} = \frac{14'400}{24 \times 12} = 50 \text{ kg/cm}^2$ (es. cls $\approx 300 \text{ kg/cm}^2$)



$N \perp \text{cancio, assente} \Rightarrow \text{orbitale}$



ESEMPIO: LA PIATTA BANDA. II



$\triangle ABC$ simile a $\triangle A'B'C'$

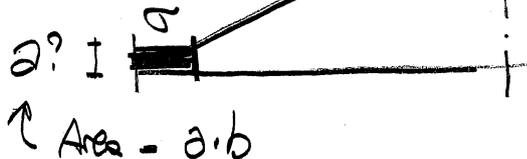
Poligono
d'una forte

$$N : \frac{P}{2} = \frac{l}{2} : (h \cdot 2a)$$

triangolo isoscele } N assume una
simmetria...

$$N = \frac{Pl}{4(h \cdot 2a)}$$

Ricerca di
moltiplicatore Max



$$\Rightarrow N_{max} = (2a \cdot b) \cdot \sigma_{rotina} \text{ (da prova)} \rightarrow \frac{N_{max}}{N} = M \text{ (mu) moltiplicatore di collaudo (approssimazione per difetto)}$$

PARAMETRI

a	N	N _{max}	M
1	156,25	1200	7,68
...			
6	312,5	7200	23,04
...			
11	1875	13200	7,04

$P = 100 \text{ kg}; h = 24 \text{ cm}; b = 12; l = 150$

$M_{max} \Rightarrow P_{rotina} = M_{max} \cdot 100 = 2304$

DATA TABELLA
AL DIAGRAMMA!

... vero strumento di progetto
(≠ verifica...)

$$\left[N = \frac{Pl}{4(h \cdot 2a)} = \frac{15000}{4(24 \cdot 2a)}; N_{max} = 2a \cdot b \cdot \sigma = 1200 a; M = \frac{N_{max}}{N} \right]$$

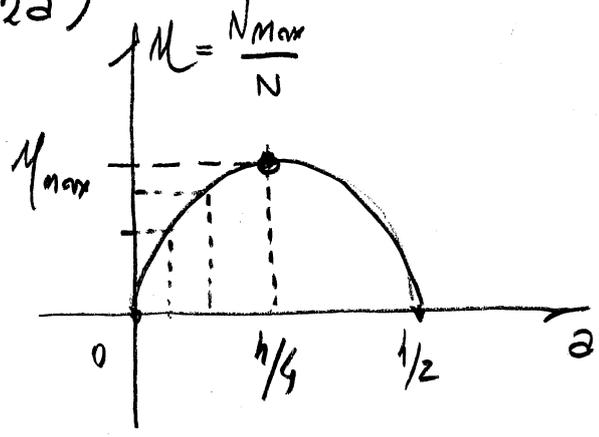
ESEMPIO: LA PIATTABANDA. III

⇒ anche (semplice) soluzione per via analitica

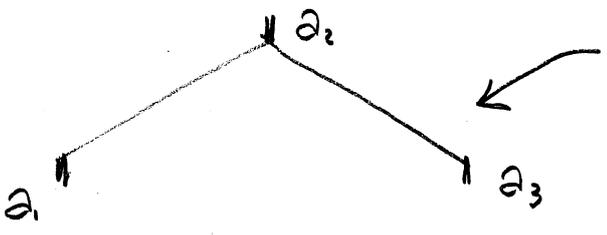
$$M = \frac{N_{max}}{N} \rightarrow \text{ricerca Max } M \Rightarrow M = \frac{2a \cdot b \cdot \sigma_r}{\rho l} \cdot 4(h-2a)$$

$$\rightarrow M \propto a(h-2a) \rightarrow M = k(ha - 2a^2)$$

$$\rightarrow \frac{dM(a)}{da} = k(h - 4a) \rightarrow a = \frac{h}{4}$$



NOTE



* Eventuale problema generale con 3 coord. indipendenti (coord. di Lagrange): campo scalare stazionario dove si annullano le derivate parziali della funzione rispetto alle 3 variabili [poligono trilatero...]

* Interesse compare le componenti normale all'asse del mattone, indipendentemente dall'orientazione

* Analogia soluzione (configurazioni di croce) ⇒ per il M_{min} , considerando però le soluzioni cinematicamente ammissibili

* Al rapporto di a non corrisponde il rapporto di N_{max} !

In effetti struttura (N) e materiale (N_{max}) hanno "esigenze" opposte: il loro rapporto (M) va quindi ottimizzato dal progetto...
 → studio dell'andamento di M (diagramma) e individuazione del max